



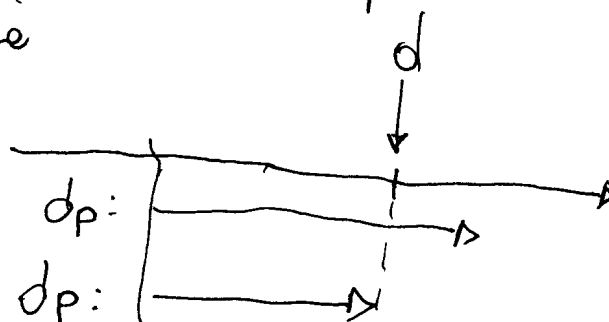
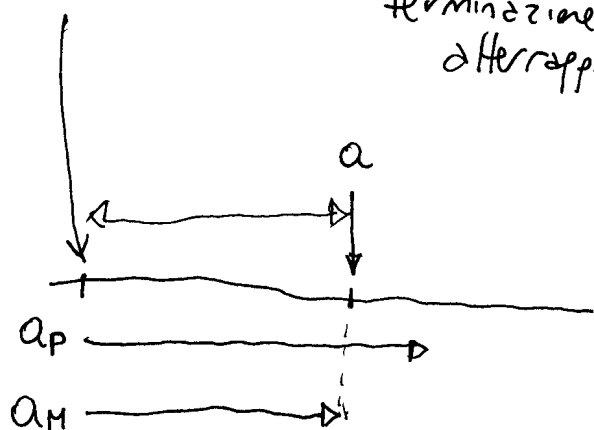
1v) $X_k = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ * \\ * \end{bmatrix}$ almeno una delle due componenti vale 1

$$P(aaad|X_k) = \frac{\lambda}{\lambda+\mu} \frac{\lambda}{\lambda+\mu} \frac{\lambda}{\lambda+\mu} \frac{\mu}{\lambda+\mu}$$

arrivi
pericolosi

terminazione di un
attacco, pericoli

$$= \left(\frac{\lambda}{\lambda+\mu}\right)^3 \frac{\mu}{\lambda+\mu}$$



$$\mu = 2\mu_p$$

$$\Rightarrow \lambda = \lambda_p + \lambda_M$$

perché il processo degli arrivi pericoli
è una sovrapposizione di processi di Poisson

ESERCIZIO 2

2

$x = \#$ corsie libere al traffico

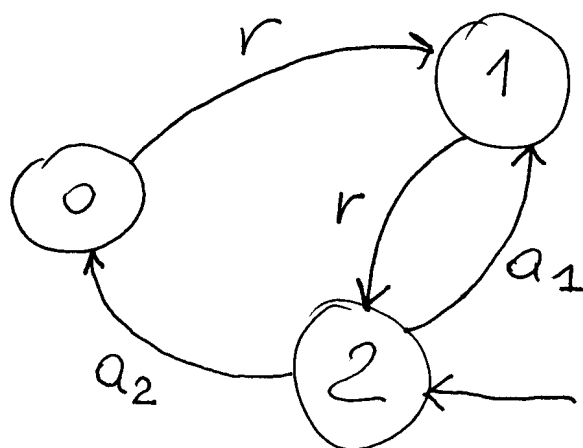
$$X = \{0, 1, 2\}$$

$$Z = \{a_1, a_2, r\}$$

Incidente
che ostruisce
una singola corsia

Incidente che
ostruisce 2 corsie

ripristino di una
singola corsia.



$$F = \{F_{a_1}, F_{a_2}, F_r\}$$

$$F_{a_1}(t) = 1 - e^{-\lambda_1 t}, \quad t \geq 0$$

$$\lambda_1 = 0.2 \text{ incidenti/giorno}$$

$$F_{a_2}(t) = 1 - e^{-\lambda_2 t}, \quad t \geq 0$$

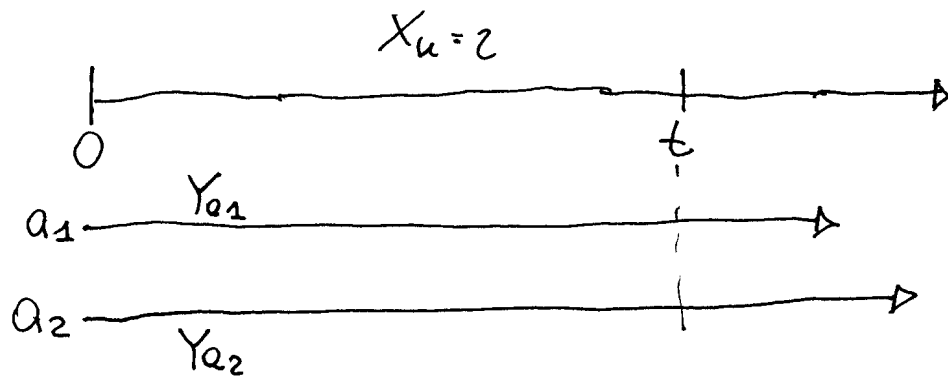
$$\lambda_2 = 0.0625 \text{ incidenti/giorno}$$

$$F_r(t) = 1 - e^{-\mu t}, \quad t \geq 0$$

$$\mu = 4 \text{ ripristini/giorno.}$$

$$i) X_k = 2$$

3



$$P(Y_{a1} > t, Y_{a2} > t) = P(Y_{a1} > t) P(Y_{a2} > t)$$

$$= e^{-\lambda_1 t} \cdot e^{-\lambda_2 t} = \boxed{e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} = 0.75}$$

$$-(\lambda_1 + \lambda_2)t = \ln(0.75) \Rightarrow t = -\frac{\ln(0.75)}{\lambda_1 + \lambda_2} = \dots$$

$$P(\text{non avere incidenti nell'intervallo } [0, t] | X_k = 2)$$

$$= P(N(t) = 0 | X_k = 2) = e^{-\lambda t} = e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t}$$

$$P(N(t) = n) = \frac{(\lambda t)^n}{n!} e^{-\lambda t} \quad \text{- distrib. di Poisson -}$$

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$$

$$ii) X_k = 2$$

(4)

$$E[\text{tempo senza incidenti} | X_k = 2]$$

$$= E[\text{tempo di soggiorno nello stato 2}]$$

$$= E[Y_k^* | X_k = 2] = \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2} = \dots$$

v.e. esponenziale

con tasso la somma dei tassi

degli eventi possibili

nello stato 2, $\lambda(2) = \lambda_1 + \lambda_2$

$$iii) \boxed{X_k = 2}$$

Y_1 : tempo di ripristino della 1^a corsia

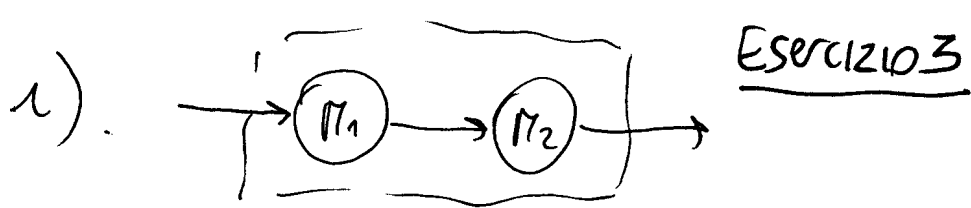
Y_2 : tempo di ripristino della seconda corsia

Y : tempo per tornare a circolazione regolare

$$P(Y \leq 12) = P(Y_1 \leq 12 | a_1) P(a_1) + \cancel{P(a_1 + Y_2 \leq 12)}$$

$$+ P(Y_1 + Y_2 \leq 12 | a_2) P(a_2)$$

$$= (1 - e^{-\mu t}) \Big|_{t=12} \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} + \frac{\lambda_2}{(1 - e^{-\mu t}) (1 + \mu t)} \cdot \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}$$



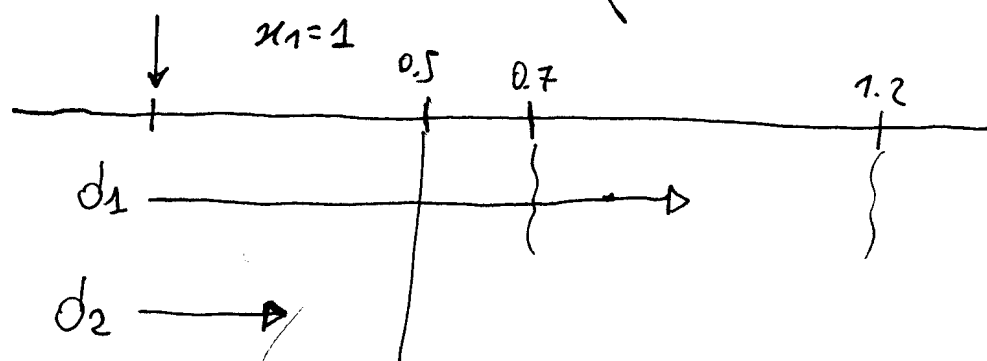
(5)

S = tempo di soggiorno di un cliente nel sistema

$$S = S_1 + S_{\text{attesa}} + S_2$$

$\swarrow$ tempo di servizio in $M1$ $\swarrow$ tempo di servizio in $M2$

$$\Rightarrow E[S] = E[S_1] + E[\cancel{S_{\text{attesa}}}] + E[S_2]$$



$$n = \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix}$$

$\swarrow$ $M1: 0, 1, 2$
 $\searrow$ $M2: 0, 1$

$\Rightarrow$ nel nostro caso, (con i "numeri" a disposizione):

$$\boxed{S_{\text{attesa}} = 0}$$

$$E[S] = E[S_1] + E[S_2] = 0.95 + 0.35 = 1.3$$

$\swarrow$
 $U(0.7, 1.2)$

$\swarrow$
 $U(0.2, 0.5)$

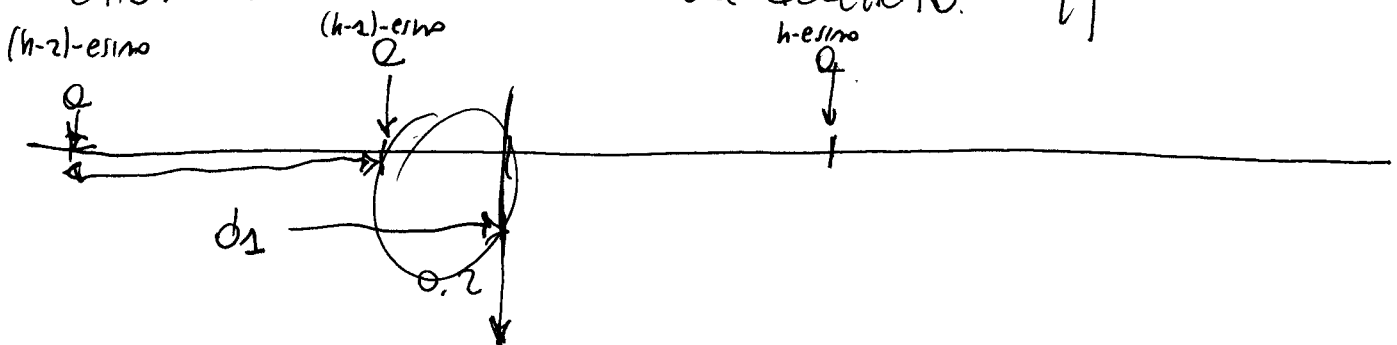
ii) P_h : probabilità che ~~il~~ l'h-esimo cliente
venga accettato nel sistema.

6

$$P_h = \underbrace{(1 - P_{h-1})}_{\text{prob. che l' (h-1)-esimo cliente non venga accettato}} + P_{h-1} \cdot \underbrace{P(Y_{d_1} \leq t_a = 1.0)}_{\substack{U([0.7, 1.2]) \\ \frac{0.3}{0.5} = \frac{3}{5}}}$$

arrivi
deterministici
ogni minuto

- Se ~~l' (h-1)-esimo~~ cliente non viene accettato, //
allora l'h-esimo cliente viene accettato.



- se l' (h-1)-esimo cliente viene accettato,
allora l'h-esimo cliente viene accettato solo se
il tempo di servizio dell' (h-1)-esimo cliente in M1
è minore dell'intervallo tra due arrivi ($t_a = 1.0 \text{ min}$)

$$P_h = (1 - P_{h-1}) + \frac{3}{5} P_{h-1}$$

$$p = (1 - p) + \frac{3}{5} p$$

$$\left(2 - \frac{3}{5}\right)p = 1 \Rightarrow p = \frac{5}{7}$$

$$\lim_{h \rightarrow \infty} P_h = p$$

$$p = \frac{5}{7}$$

prob. a regime che un cliente venga accettato nel sistema.