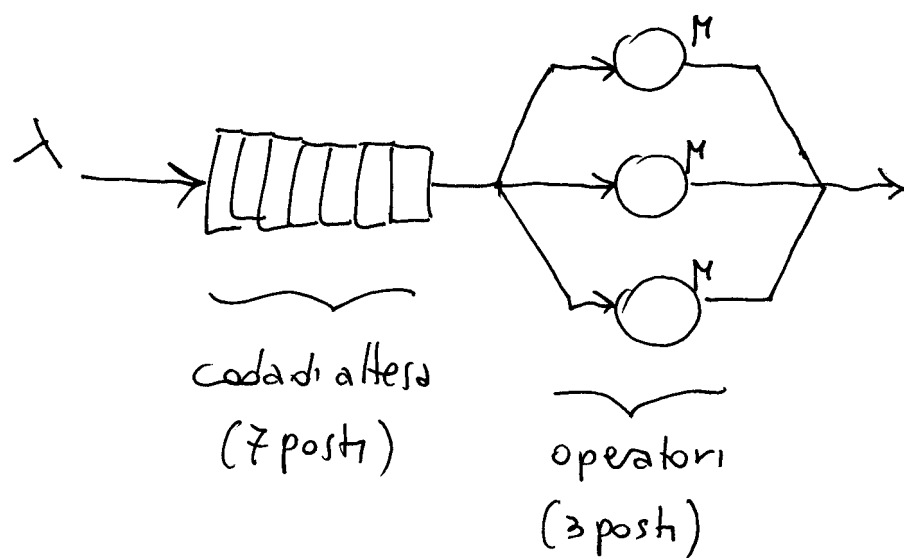


ESERCIZIO 3

$$\lambda = 2 \text{ chiamate/minuto}$$

$$\mu = \frac{1}{20} = 0.05 \text{ servizi/minuto}$$

STATO:

 $x = \#$ chiamate nel sistema

$$x \in X = \{0, 1, 2, \dots, 9, 10\} \Rightarrow \underline{11 \text{ STATI}}$$

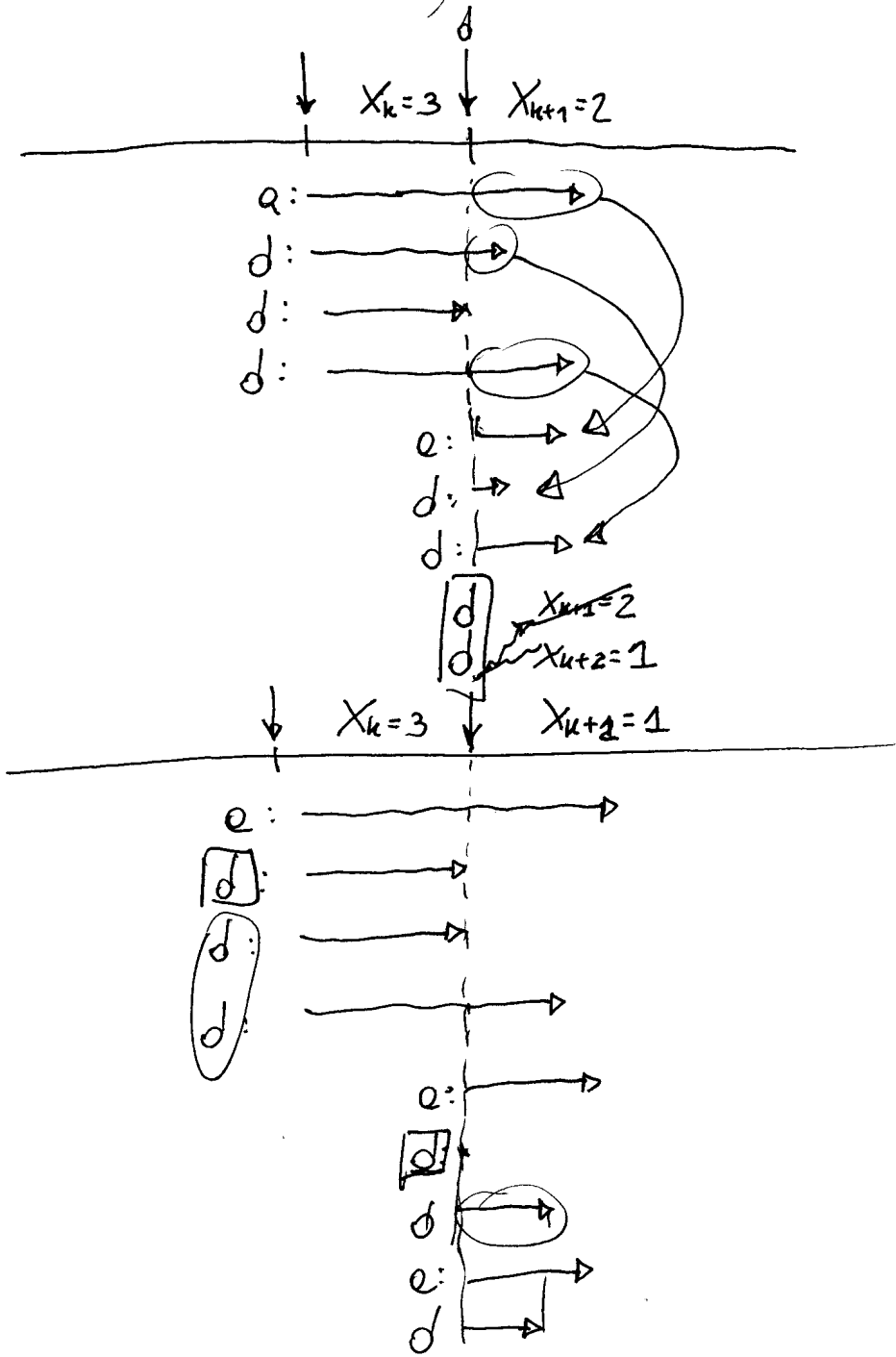
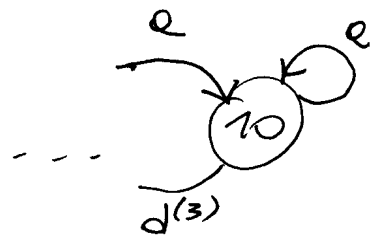
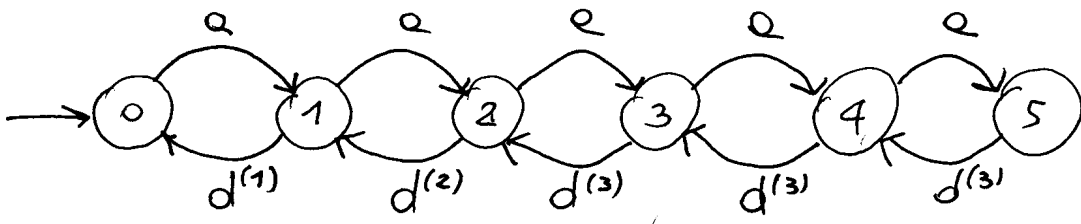
 $x=0 \Rightarrow$ nessuna chiamata $x=1 \Rightarrow$ 1 chiamata nel sistema $\Rightarrow$ in servizio presso un operatore $x=2 \Rightarrow$ 2 chiamate nel sistema $\Rightarrow$ entrambe in servizio $x=3 \Rightarrow$ 3 " " " $\Rightarrow$ tutte e tre in servizio $x=9 \Rightarrow$ 3 chiamate in servizio, 1 attesa.

$$n = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow n = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{E} = \{e, d\}$$

arrivo
di una
chiamata

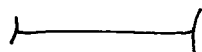
termine di
un servizio
(pericolo)



$$F = \{F_q, F_d\}$$

$$F_q(t) = 1 - e^{-\lambda t}, \quad t \geq 0, \quad \lambda = 2 \text{ chiamate/minuto}$$

$$F_d(t) = 1 - e^{-\mu t}, \quad t \geq 0, \quad \mu = 0.05 \text{ servizi/minuto}$$



ii) $X_k = 0$

$$P(X_{k+4} = 4 \mid X_k = 0) =$$

$$= P(X_{k+1} = 1 \mid X_k = 0) P(X_{k+2} = 2 \mid X_k = 0, X_{k+1} = 1) \cdot$$

$$\cdot P(X_{k+3} = 3 \mid X_k = 0, X_{k+1} = 1, X_{k+2} = 2)$$

$$\cdot P(X_{k+4} = 4 \mid X_k = 0, X_{k+1} = 1, X_{k+2} = 2, X_{k+3} = 3)$$

proprietà
di Markov

$$= P(X_{k+1} = 1 \mid X_k = 0) P(X_{k+2} = 2 \mid X_{k+1} = 1)$$

$$P(X_{k+3} = 3 \mid X_{k+2} = 2) P(X_{k+4} = 4 \mid X_{k+3} = 3)$$

$$= \cancel{1} \cdot \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \cdot \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} \cdot \frac{\lambda}{\lambda + 3\mu} = 0.8643$$

~~$E[\text{tempo di attesa del 4° cliente}] =$~~

$$E[\text{tempo di attesa cliente} \mid X_{k+4} = 4] = \frac{1}{3\mu} = 6.67 \text{ min}$$

ESERCIZIO 4

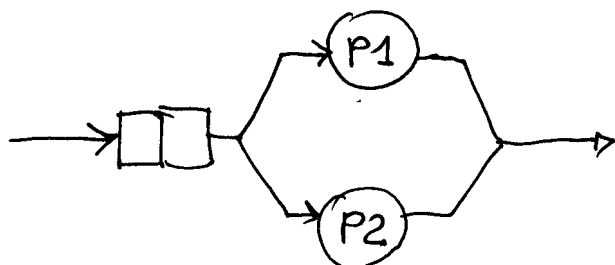
4

pista 1 

solo aerei piccoli

pista 2 

aerei sia piccoli che medi

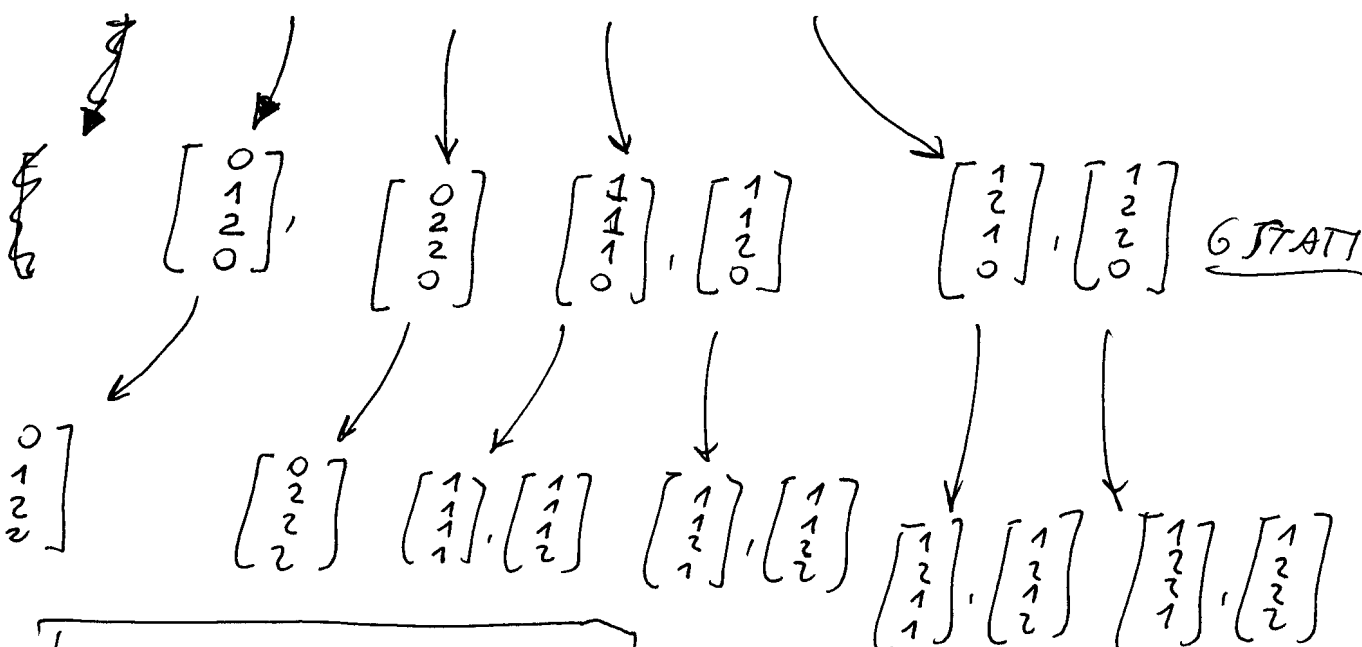


- 1) $\mathcal{X} =$
- $x_1 \rightarrow$ pista 1: libera⁰, occupata P¹
 - $x_2 \rightarrow$ pista 2: libera⁰, occupata P¹, occupata M²
 - $x_3 \rightarrow$ 1° posto in coda di attesa: libera⁰, occupato P¹, occupato M²
 - $x_4 \rightarrow$ 2° posto in coda di attesa: libera⁰, occupato P¹, occupato M²

max 54 stat

$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$

6 STATI



6 STATI

$\Rightarrow$ TOTALE: 22 STATI

12 STATI

$$\mathcal{E} = \{Q_P, Q_M, d_{P,1}, d_{P,2}, d_M\}$$

arrivo
aereo
piccolo

arrivo
aereo
medio

termine
atterraggio
aereo piccolo
su pista P1

termine
atterraggio
aereo piccolo
su pista P2

termine
atterraggio di un
aereo medio.

dp

d_1, d_2

No

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{dp} ?$$

$$\lambda_P = 3 \text{ arrivi/ora}$$

$$\mu_P = 4 \text{ atterraggi/ora}$$

$$\lambda_M = 2 \text{ arrivi/ora}$$

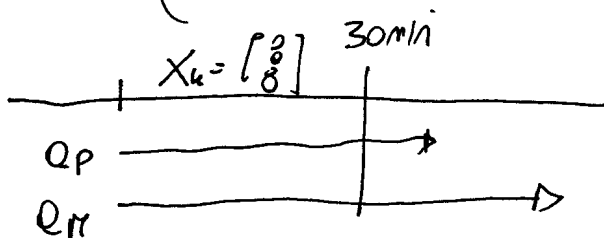
$$\mu_M = 3 \text{ atterraggi/ora}$$

$$i.e.) X_k = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$P(\text{nessun arrivo nell'intervallo } [0, 30] \text{ minuti})$$

$$= P(\text{nessun arrivo di aerei P nell'intervallo } [0, 30] \text{ minuti})$$

$$\cdot P(\text{nessun arrivo di aerei M nell'intervallo } [0, 30] \text{ minuti})$$



$$= P(V_{Q_P} > 30 \text{ min}) \cdot P(V_{Q_M} > 30 \text{ min})$$

$$= e^{-\lambda_P \cdot t} \cdot e^{-\lambda_M \cdot t} \Big|_{t=0.5 \text{ ore}} = 0.0821$$

$$iii) X_k = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$P\left(\begin{array}{l} \text{l'aereo piccolo nella pista 1 finisce di atterrare} \\ \text{prima dell'aereo medio nella pista 2} \end{array} \middle| X_k = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \frac{\mu_p}{\mu_p + \mu_m} = 0.5714$$

$$P\left(Y_{dp1,k} \leq Y_{dm,k} \middle| X_k = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ 1 \end{bmatrix}\right)$$

$$iv) \text{ } X_k = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{*} \\ * \\ * \end{bmatrix}$$

$$P(\underbrace{a a a d}_{\text{sequenza di eventi}} \middle| X_k = [i]) = \left(\frac{\lambda_p + \lambda_m}{\lambda_p + \lambda_m + 2\mu_p} \right)^3 \frac{2\mu_p}{\lambda_p + \lambda_m + 2\mu_p} = 0.0350$$

(a: arrivo generico
d: termine di servizio generico)