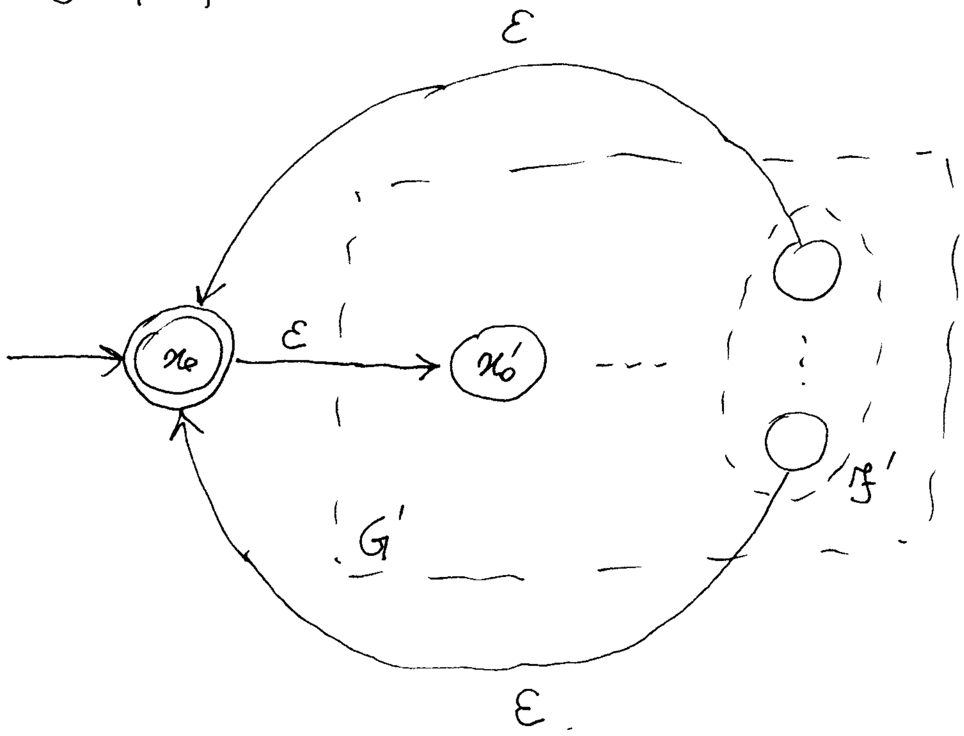
PROPOSIZIONE - Dato un AFN G' sull'alfabeto Σ, equivalente all'ER α', esiste un AFN G equivalente all'ER $\alpha = (\alpha')^*$.

dim.ne costruttiva -

Sia $G' = \{\Sigma, X', \Delta', x_0', F'\}$.

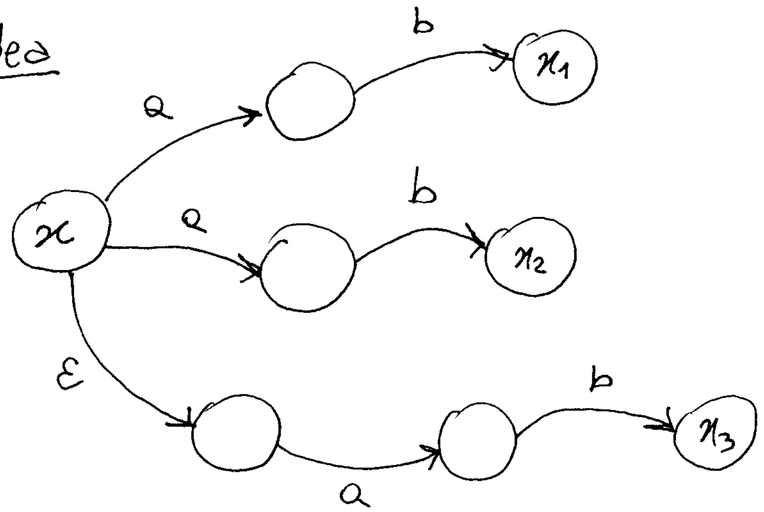
Allora $G = \{\Sigma, X, \Delta, x_0, F\}$ dove:

- $X = X' \cup \{x_0\}$
  dove x_0 è un nuovo stato che non appartiene a X', ed è lo stato iniziale dell'automa G.
- $\Delta = \Delta' \cup (x_0, \varepsilon, x_0') \cup \{(x', \varepsilon, x_0) : x' \in F'\}$.
- $F = \{x_0\}$.



AFD equivalente a un dato AFN

idea



$\Rightarrow$ più cammini con origine x ed etichettati con "ab".

$\Rightarrow$ In un AFD il cammino con origine in un certo stato e etichettato con una certa stringa deve essere unico.

$\Rightarrow$ nell'AFD ci deve essere uno stato corrispondente al sottoinsieme $\{x_1, x_2, x_3\}$.

$\Rightarrow$ nell'AFD, ciascuno stato corrisponderà a un diverso sottoinsieme degli stati dell'AFN dato.

X di cardinalità n, quanti sono i sottoinsiemi di X? 2^n

$X = \{a, b\} \rightarrow \emptyset$

$\{a\}$

$\{b\}$

$\{a, b\}$

Sia $G = \{\mathcal{E}, \mathcal{X}, \Delta, x_0, \mathcal{F}\}$ l'AFN dato. equivalente all'ER α.

Vogliamo costruire un AFD $G' = \{\mathcal{E}, \mathcal{X}', f', x_0', \mathcal{F}'\}$

anch'esso equivalente all'ER α.

<u>ALGORITMO</u>

1. Calcolare per ogni stato x di G l'insieme

$$D(x) = \{\bar{x} \in \mathcal{X} : (x, \varepsilon, \bar{x}) \in \Delta^*\}$$

ossia l'insieme degli stati raggiungibili da x seguendo <u>zero o più</u> ε-transizioni.

<u>NOTA</u> - $D(x)$ non è mai vuoto, infatti contiene almeno x stesso.

2. Calcolare per ogni stato x di G e per ogni simbolo e di $\mathcal{E}$, l'insieme:

$$D_e(x) = \{\bar{x} \in \mathcal{X} : (x, e, \bar{x}) \in \Delta\}$$

ossia l'insieme degli stati raggiungibili da x seguendo <u>una</u> e-transizione.

3. Definire $x_0' = D(x_0)$.

4. Inizializzare $\mathcal{X}' = \emptyset$ e $\mathcal{X}'_{new} = \{x_0'\}$.

5. Scegliere uno stato $x' \in X'_{new}$, ed eseguire i seguenti passi:

5.1. Per ogni $e \in \mathcal{E}$:

i) Definire gli insiemi:

$$A(x',e) = \bigcup_{x \in x'} D_e(x)$$

$$B(x',e) = \bigcup_{x \in A(x',e)} D(x)$$

Insieme degli stati di G raggiungibili da un qualunque stato in x' eseguendo una e-transizione

Insieme degli stati di G raggiungibili dagli stati in $A(x',e)$ eseguendo zero o più ε-transizioni.

$$x \xrightarrow{e} \bar{x} \xrightarrow{\varepsilon} \bar{\bar{x}}$$

ii) Considerare $\bar{x}' = B(x',e)$ come lo stato di G' raggiunto dallo stato x' seguendo una e-transizione:

$$f'(x',e) = \bar{x}'.$$

iii) Se $\bar{x}' \notin X' \cup X'_{new}$, porre $X'_{new} = X'_{new} \cup \{\bar{x}'\}$.

5.2. Porre $X' = X' \cup \{x'\}$ e $X'_{new} = X'_{new} \setminus \{x'\}$.

6. Se $X'_{new} \neq \emptyset$, ripetere 5

7. Definire $\mathcal{F}' = \{x' \in \mathcal{X}' : x' \cap \mathcal{F} \neq \emptyset\}$.

ESEMPIO

ER $\alpha = (a^* + bc^*)^* \cancel{+ bc^*a}$

bc^*e

$\alpha_1 = a^* + bc^*$

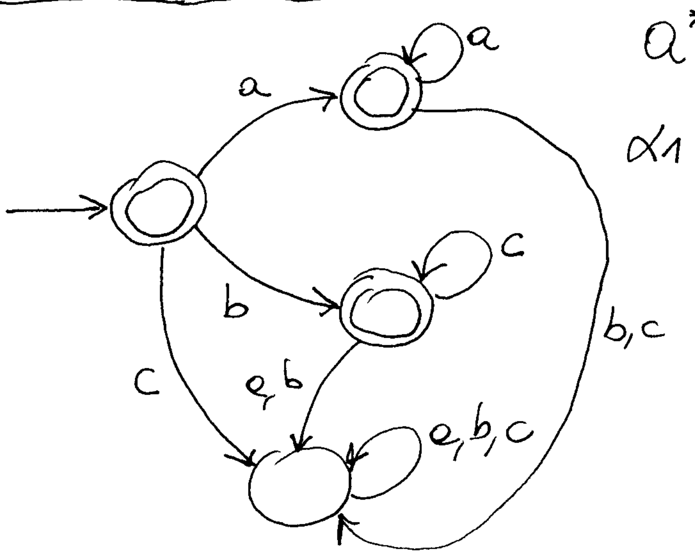
$\alpha_2 = \alpha_1^*$

$\cancel{\alpha_3 = bc^*a}$

$\alpha = \cancel{\alpha_2 + \alpha_3}$

$\boxed{\alpha = \alpha_2}$

G_1 (equivalente a α_1)

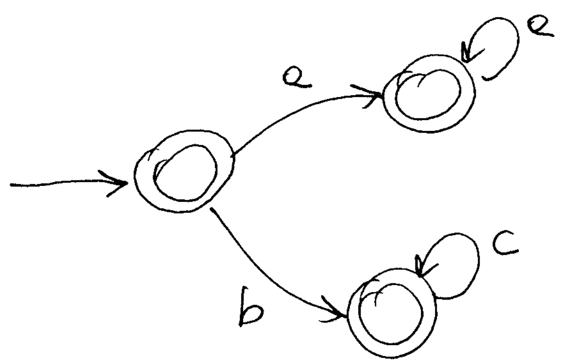


$a^* = \varepsilon + aa^*$

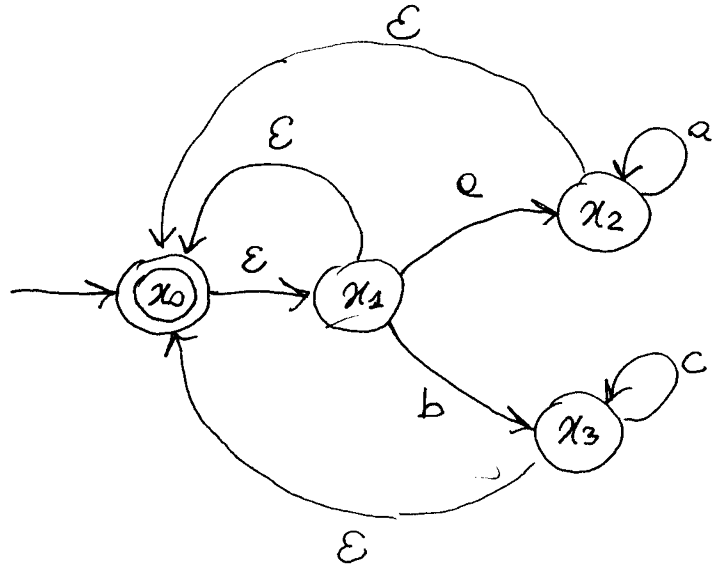
$\alpha_1 = \varepsilon + aa^* + bc^*$

Convenzione

In questo procedimento, quando c'è uno stato pozzo non lo rappresentiamo.
Lo introdurremo alla fine del procedimento.



G (equivalente a α) $\quad \alpha = \alpha_1^*$



- $D(x_0) = \{x_0, x_1\}$

  $D(x_1) = \{x_0, x_1\}$

  $D(x_2) = \{x_0, x_1, x_2\}$

  $D(x_3) = \{x_0, x_1, x_3\}$

- $D_a(x_0) = \emptyset \quad D_a(x_1) = \{x_2\} \quad D_a(x_2) = \{x_2\} \quad D_a(x_3) = \emptyset$

  $D_b(x_0) = \emptyset \quad D_b(x_1) = \{x_3\} \quad D_b(x_2) = \emptyset \quad D_b(x_3) = \emptyset$

  $D_c(x_0) = \emptyset \quad D_c(x_1) = \emptyset \quad D_c(x_2) = \emptyset \quad D_c(x_3) = \{x_3\}$

- $x_0' = D(x_0) = \{x_0, x_1\}$
- $\mathcal{X}' = \emptyset \;,\; \mathcal{X}'_{new} = \{x_0'\}$
- sceglliamo $x_0' = \{x_0, x_1\}$

evento a

$A(x_0', a) = D_a(x_0) \cup D_a(x_1) = \{x_2\}$

$B(x_0', a) = D(x_2) = \{x_0, x_1, x_2\}$

Definiamo $x_1' = \{x_0, x_1, x_2\}$

Aggiorniamo $\mathcal{X}'_{new}$:

$\mathcal{X}'_{new} = \{x_0', x_1'\}$.

evento b

$A(x_0', b) = D_b(x_0) \cup D_b(x_1) = \{x_3\}$

$B(x_0', b) = D(x_3) = \{x_0, x_1, x_3\}$.

Definiamo $x_2' = \{x_0, x_1, x_3\}$

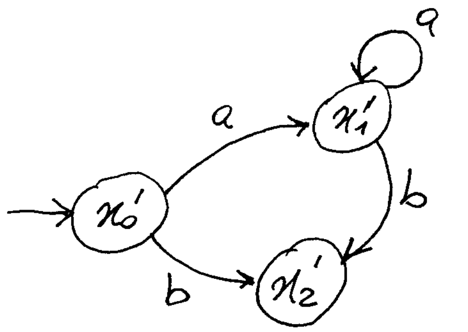
Aggiorniamo $\mathcal{X}'_{new}$:

$\mathcal{X}'_{new} = \{x_0', x_1', x_2'\}$.

evento c

$A(x_0', c) = D_c(x_0) \cup D_c(x_1) = \emptyset$

- $\mathcal{X}' = \{x_0'\} \;,\; \mathcal{X}'_{new} = \{\cancel{x_0'}, x_1', x_2'\}$.



$x_0' = \{x_0, x_1\}$

$x_1' = \{x_0, x_1, x_2\}$

$x_2' = \{x_0, x_1, x_3\}$.

- scegliamo $x_1' = \{x_0, x_1, x_2\}$.

<u>evento e</u>

$$A(x_1', a) = D_a(x_0) \cup D_a(x_1) \cup D_a(x_2) = \{x_2\}$$

$$B(x_1', a) = D(x_2) = \{x_0, x_1, x_2\} = x_1'.$$

<u>evento b</u>

$$A(x_1', b) = D_b(x_0) \cup D_b(x_1) \cup D_b(x_2) = \{x_3\}$$

$$B(x_1', b) = D(x_3) = \{x_0, x_1, x_3\} = x_2'.$$

<u>evento c</u>

$$A(x_1', c) = D_c(x_0) \cup D_c(x_1) \cup D_c(x_2) = \emptyset$$

- $X' = \{x_0', x_1'\}$, $X'_{new} = \{x_2'\}$