

ALGORITMO PER LA DETERMINAZIONE DI STATI EQUIVALENTI

1

Dato un automa a stati finiti (Σ, X, f, x_0, F)
con $F \neq \emptyset, F \neq X$.

PASSO 1

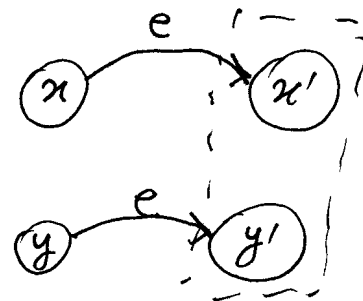
- 1.1. Marcare tutte le coppie $\{x, y\}$ dove $x \in F$ e $y \notin F$.
- 1.2. Per tutte le coppie $\{x, y\}$ non marcate,
inizializzare a vuota la corrispondente lista
 $P(\{x, y\}) \Rightarrow P(\{x, y\}) = \emptyset$

PASSO 2

Da ripetersi per tutte le coppie $\{x, y\}$ non marcate al PASSO 1:

- 2.1. Se la coppia $\{f(x, e), f(y, e)\}$ è marcata per qualche
 $e \in \Sigma$, allora:

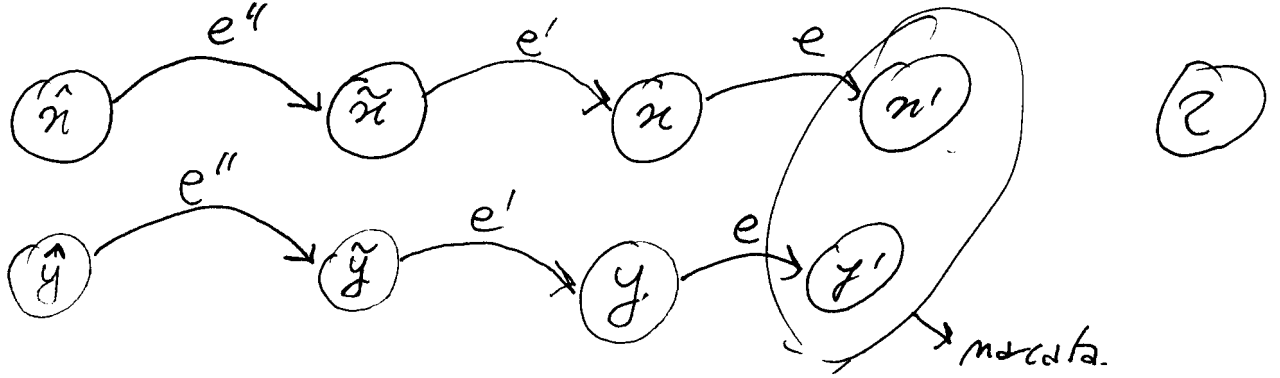
- 2.1.1. Marcare la coppia $\{x, y\}$.
- 2.1.2. Marcare tutte le coppie
 $\{\tilde{x}, \tilde{y}\} \in P(\{x, y\})$, e ripetere
a ritroso questo passo per
tutte le coppie $\{\tilde{x}, \tilde{y}\} \in P(\{x, y\})$



$$x' = f(x, e)$$

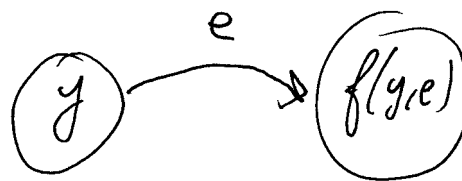
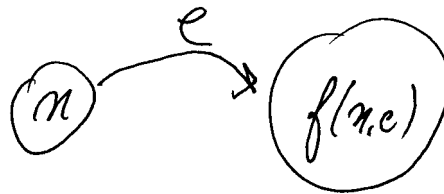
$$y' = f(y, e)$$

$\Rightarrow$ Se $\{\hat{x}, \hat{y}\} \in P(\{\tilde{x}, \tilde{y}\})$ e $\{\tilde{x}, \tilde{y}\} \in P(\{x, y\})$, allora
dobbiamo marcare anche $\{\hat{x}, \hat{y}\}$, ecc.



2.2 ALTRIMENTI (quindi se succede che
le coppie $\{f(n,e), f(y,e)\}$ non sono marcate
per alcun $e \in \mathcal{E}$;

2.2.1. Per ogni $e \in \mathcal{E}$, se $f(n,e) \neq f(y,e)$, aggiungere
 $\{n, y\}$ alla lista $P(\{f(n,e), f(y,e)\})$.



La lista

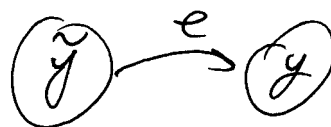
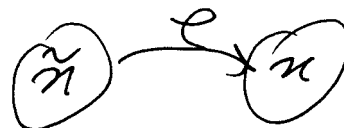
$P(\{n, y\})$, a una certa
iterazione dell'algoritmo,

contiene in generale un sottoinsieme delle coppie di
predecessori a un passo di $\{n, y\}$.

$\Rightarrow \{\tilde{n}, \tilde{y}\}$ è una coppia di predecessori di $\{n, y\}$
se, per qualche $e \in \mathcal{E}$,

$$f(\tilde{n}, e) = n$$

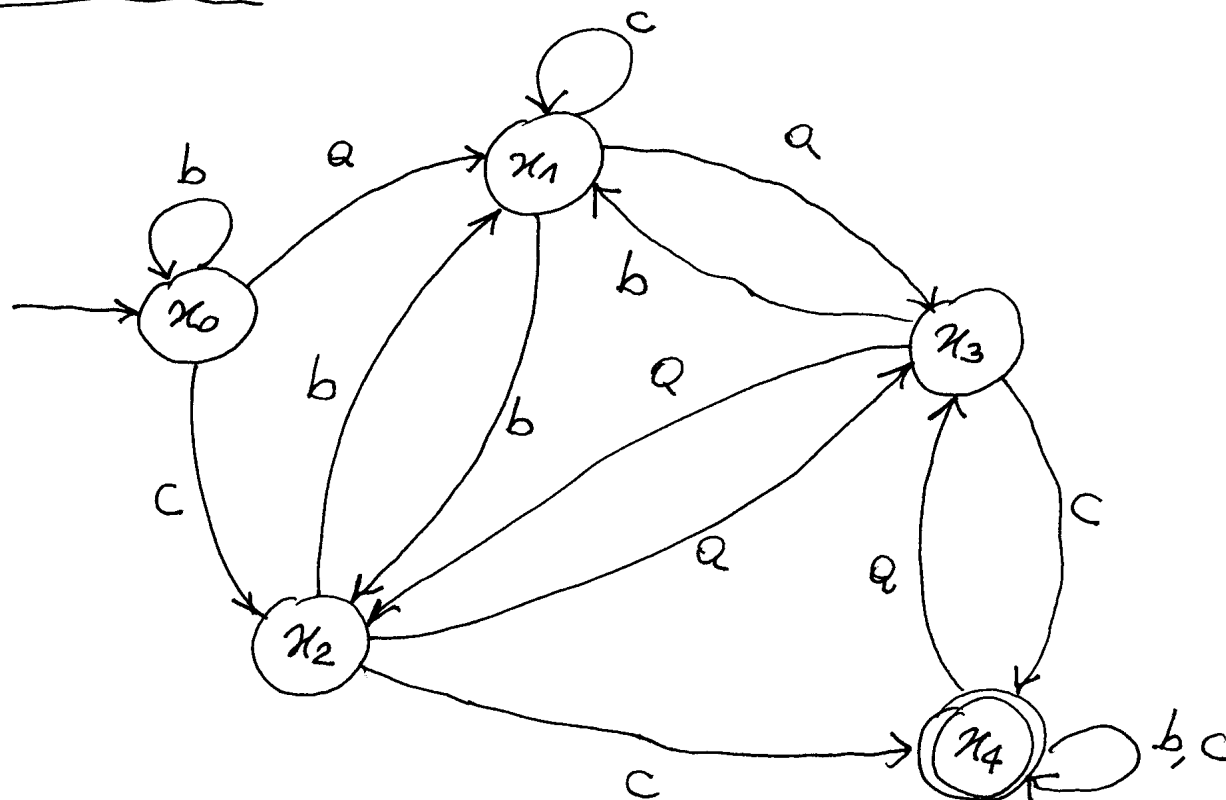
$$f(\tilde{y}, e) = y.$$



Al termine dell'algoritmo, le coppie di stati non marcate sono coppie di stati equivalenti.

(3)

ESEMPIO



	x_4	x_3	x_2	x_1
x_0	M	M	M	M
x_1	M	M	M	
x_2	M			
x_3	M			

$$P(\{x_0, x_1\}) = \emptyset$$

$$P(\{x_0, x_2\}) = \emptyset$$

$$P(\{x_0, x_3\}) = \emptyset$$

$$P(\{x_1, x_2\}) = \emptyset$$

$$P(\{x_1, x_3\}) = \emptyset$$

$$P(\{x_2, x_3\}) = \emptyset$$

• analizziamo $\{x_0, x_1\}$

4

$$f(x_0, a) = x_1$$

$$f(x_1, a) = x_3$$

$$f(x_0, b) = x_0$$

$$f(x_1, b) = x_2$$

$$f(x_0, c) = x_2$$

$$f(x_1, c) = x_1$$

$$\Rightarrow P(\{x_1, x_3\}) = \{x_0, x_1\}$$

$$P(\{x_0, x_2\}) = \{x_0, x_1\}$$

$$P(\{x_1, x_2\}) = \{x_0, x_1\}$$

• analizziamo $\{x_0, x_2\}$.

$$f(x_0, a) = x_1$$

$$f(x_2, a) = x_3$$

$$f(x_0, b) = x_0$$

$$f(x_2, b) = x_1$$

$$f(x_0, c) = x_2$$

$$f(x_2, c) = x_4$$



la coppia $\{x_2, x_4\}$ è marcata



• marcare la coppia $\{x_0, x_2\}$

• devo fare lo stesso per tutte le coppie appartenenti a $P(\{x_0, x_2\}) \Rightarrow$ marcano $\{x_0, x_1\}$.

• ci fermiamo perché $P(\{x_0, x_4\}) = \emptyset$.

- analizzano $\{n_0, n_3\}$.

$$f(n_0, a) = n_1$$

$$f(n_3, a) = n_2$$

$$f(n_0, b) = n_0$$

$$f(n_3, b) = n_1$$

$$f(n_0, c) = n_2$$

$$f(n_3, c) = n_4$$



$\{n_2, n_4\}$ e' marcata



• marcare $\{n_0, n_3\}$

• ci fermiamo perche' $P(\{n_0, n_3\}) = \emptyset$.

- analizzano $\{n_1, n_2\}$

$$f(n_1, a) = n_3$$

$$f(n_2, a) = n_3$$

$$f(n_1, b) = n_2$$

$$f(n_2, b) = n_1$$

$$f(n_1, c) = n_1$$

$$f(n_2, c) = n_4$$



$\{n_1, n_4\}$ e' marcata



~~non~~

~~non~~ marcare $\{n_1, n_2\}$

- la lista $P(\{n_1, n_2\})$ e' composta solo dalla coppia $\{n_0, n_3\}$ che abbiamo gia' marcato $\Rightarrow$ ci fermiamo.

6

- analizziamo $\{n_1, n_3\}$.

$$f(n_1, a) = n_3$$

$$f(n_3, a) = n_2$$

$$f(n_1, b) = n_2$$

$$f(n_3, b) = n_1$$

$$f(n_1, c) = n_4$$

$$f(n_3, c) = n_4$$

$\{n_1, n_4\}$ è marcato

$\Downarrow$

- marcare $\{n_1, n_3\}$

- la lista $P(\{n_1, n_3\})$ è composto solo dalla coppia $\{n_0, n_1\}$ che abbiamo già marcato $\Rightarrow$ ci fermiamo.

- analizziamo $\{n_2, n_3\}$.

$$f(n_2, a) = n_3$$

$$f(n_3, a) = n_2$$

$$f(n_2, b) = n_1$$

$$f(n_3, b) = n_1$$

$$f(n_2, c) = n_4$$

$$f(n_3, c) = n_4$$

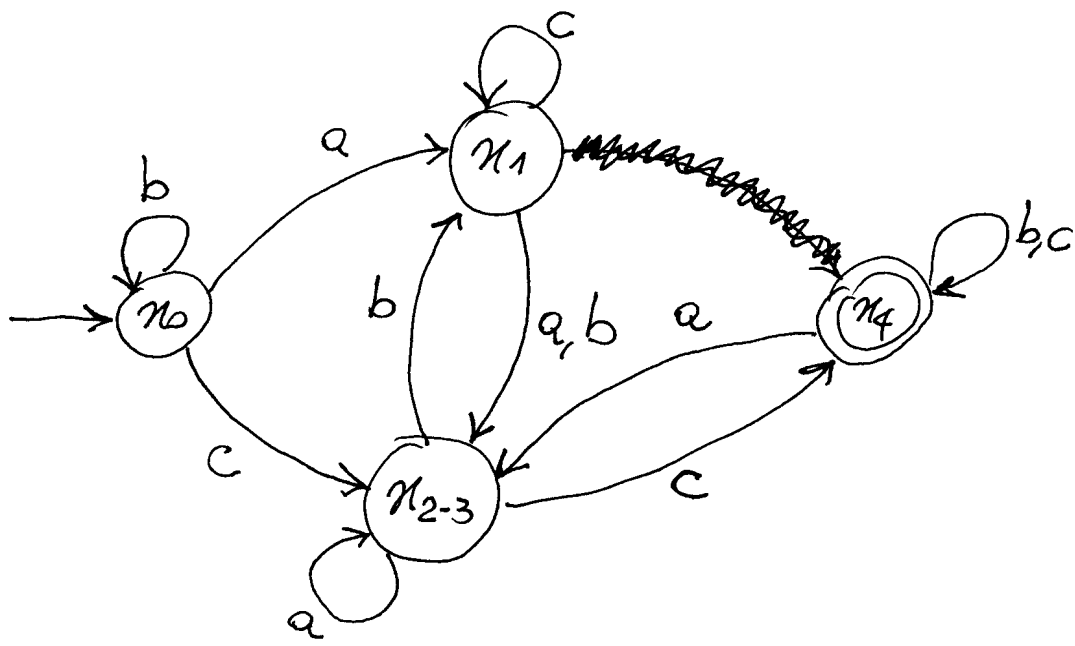
$\Rightarrow$ non marchiano $\{n_2, n_3\}$.

non facciamo nulla.

$\Rightarrow$ Abbiamo analizzato tutte le coppie inizialmente non marcate: l'algoritmo termina.

$\Rightarrow$ $\{n_2, n_3\}$ è l'unica coppia di stati equivalenti.

7



ER equivalente a un dato automa a stati finiti

8

Sia $(\mathcal{E}, \mathcal{X}, f, n_0, \mathcal{F})$ un automa a stati finiti

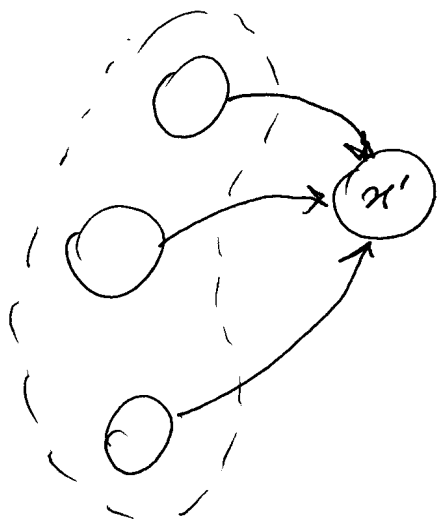
con insieme degli stati $\mathcal{X} = \{n_0, x_1, \dots, x_n\}$.

STATO INIZIALE

INIZIALIZZAZIONE

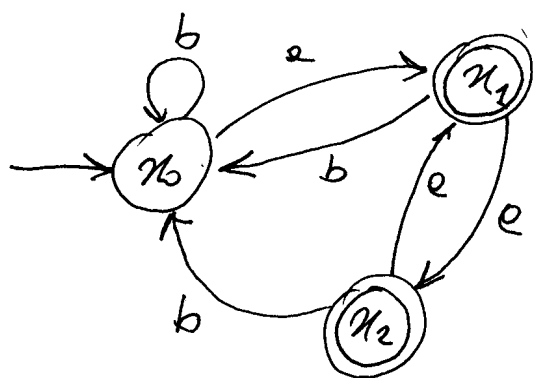
Per ogni $x' \in \mathcal{X}$ determinare l'insieme

$$\Delta(x') = \{(x, e) : x \in \mathcal{X}, e \in \mathcal{E}, f(x, e) = x'\}$$



Indichiamo con α_i l'ER che ~~esprime~~ rappresenta il linguaggio accettato dall'automato se considerassimo lo stato x_i come unico stato finale, $i = 0, 1, 2, \dots, n$.

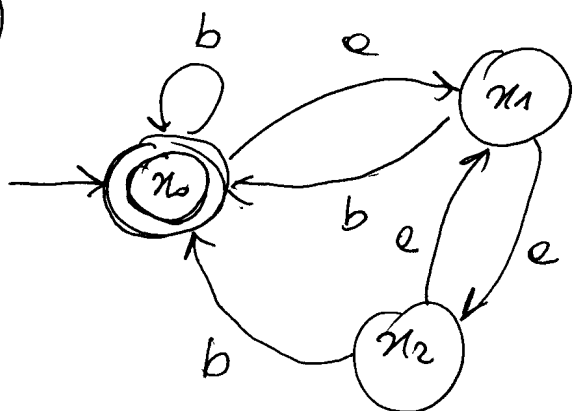
9



$$F = \{q_1, q_2\}$$

Questo automa riconosce l'ER α .

i)

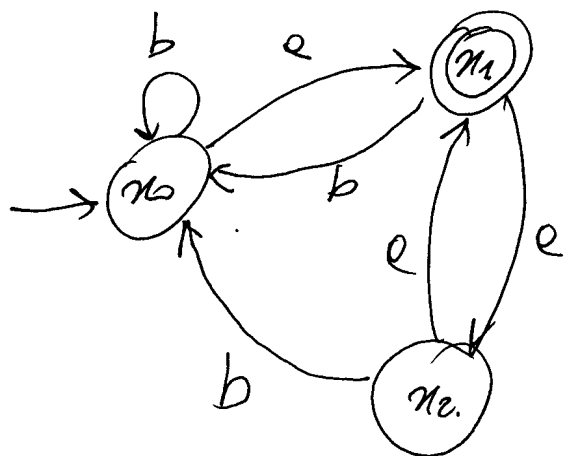


$$\Delta(q_0) = \{(q_0, b), (q_1, b), (q_2, b)\}$$

$$\alpha_0 = \varepsilon + \alpha_0 b + \alpha_1 b + \alpha_2 b$$

Questo automa riconosce l'ER α_0 .

ii)



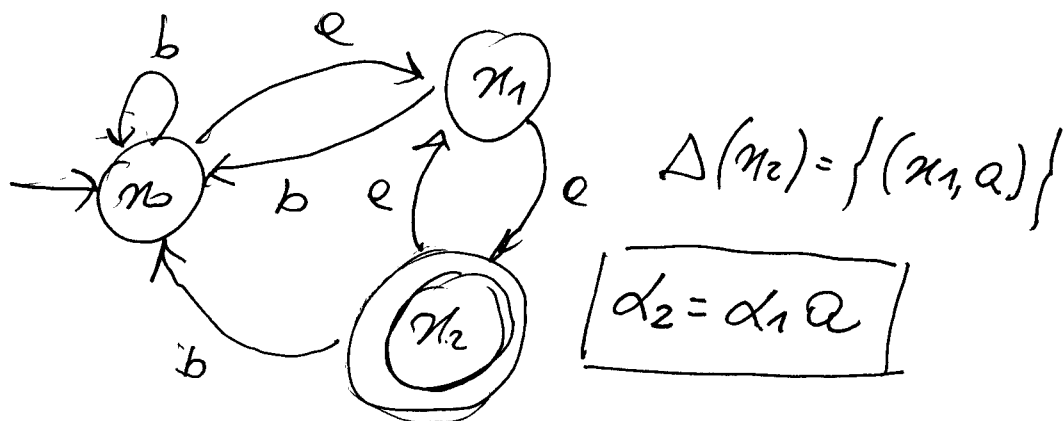
$$\Delta(q_1) = \{(q_0, a), (q_2, e)\}$$

$$\alpha_1 = \alpha_0 a + \alpha_2 e$$

~~$$\alpha_1 = \alpha_0 a + \alpha_2 e$$~~

Questo automa riconosce l'ER α_1 .

111)



Questo automa riconosce l'ER α_2 .

$\xrightarrow{\text{SISTEMA}}$
 $\xrightarrow{\text{EROMHS}}$

$\Downarrow$
 L'ER α è legata a $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ dalla relazione:

$$\boxed{\alpha = \alpha_1 + \alpha_2}$$

PASSO PRINCIPALE

Risolvere il sistema di equazioni nelle incognite $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n$:

$$\begin{cases} \alpha_0 = \varepsilon + \sum_{(q_i, e) \in \Delta(q_0)} \alpha_i e \\ \alpha_i = \sum_{(q_j, e) \in \Delta(q_i)} \alpha_j e, \quad i = 1, \dots, n \end{cases}$$

L'ER accettata dall'automato è $\alpha = \sum_{q_i \in F} \alpha_i$

$$\begin{cases} \alpha_0 = \varepsilon + \alpha_0 b + \alpha_1 b + \alpha_2 b \\ \alpha_1 = \alpha_0 a + \alpha_2 a \\ \alpha_2 = \alpha_1 a \end{cases}$$

$$\downarrow$$

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{\alpha_2}{a}$$

~~1260~~
 INCOGNITE: stringhe
 COEFFICIENTI: simboli

$$\alpha_0 = \varepsilon + \underbrace{(\alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2)}_{(a+b)^*} b$$

$$\Rightarrow \alpha_0 = \varepsilon + (a+b)^* b$$

$$d = \alpha_1 + \alpha_2$$