

Σ alfabeto

STRINGA RICONOSCIBILE DA UN AUTOMA (Σ, X, f, x_0, F)

$u \in \Sigma^*$ è riconoscibile dall'automa $\Leftrightarrow f^*(x_0, u) \in F$.

Def - II linguaggio riconoscibile da un automa a stati finiti (Σ, X, f, x_0, F) è l'insieme di tutte le stringhe riconoscibili dall'automa, cioè

$$L = \{ u \in \Sigma^* : f^*(x_0, u) \in F \}$$

TEOREMA DI KLEENE

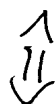
Per ogni linguaggio regolare, esiste un automa a stati finiti che lo riconosce; viceversa, il linguaggio riconosciuto da un automa a stati finiti è un linguaggio regolare.

linguaggi regolari $\Leftrightarrow$ automi a stati finiti:

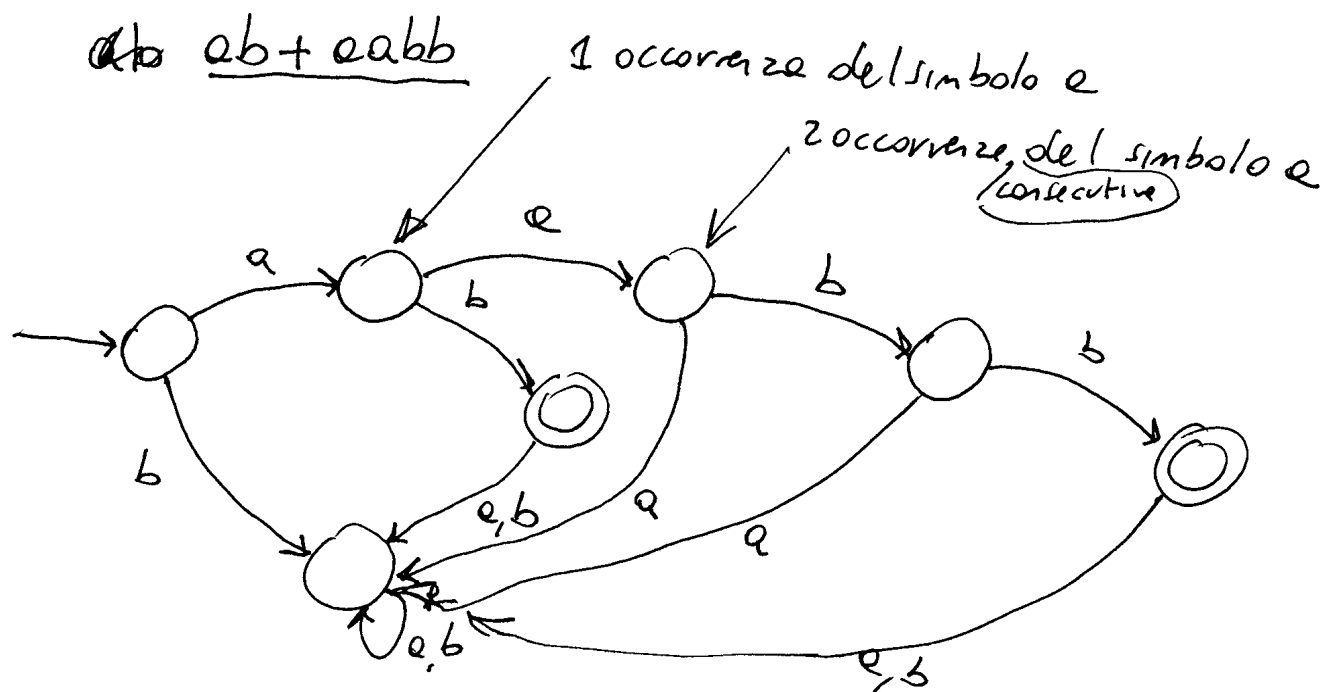
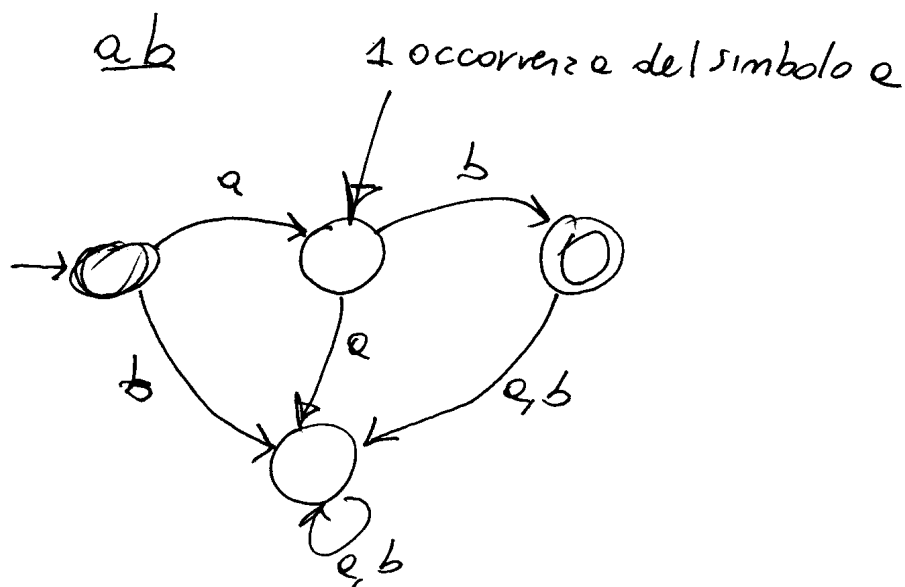
esempio - $L = \{ u \in \{a,b\}^* : u = a^n b^n, n=0,1,2,\dots \}$
 $= \{ \varepsilon, ab, aabb, aaabbb, \dots \}.$

$\exists$ automa a stati finiti che riconosce L ?

(2)



il linguaggio L è descritto da un'ER?



ab + eabbb + eaeabbbb

$\Rightarrow$ - ci servirebbero ∞ stati! Linguaggio non riconoscibile da automa a stati finiti

3 aspetti:

3

- riduzione/minimizzazione del numero di stati di un automa a stati finiti.
 $\Rightarrow$ problemi di complessità.
- linguaggio regolare corrispondente a un dato automa a stati finiti.
 $\Rightarrow$ analisi: per i SED, corrisponde a determinare un'espressione compatta per i componenti del sistema.
- automa a stati finiti che riconosce un dato linguaggio regolare.
 $\Rightarrow$ sintesi: per i SED, corrisponde al progetto di un sistema che implementa una data logica codificata da un'ER.

EQUIVALENZA DI AUTOMI A STATI FINITI

IN CASO



TIME-DRIVEN

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases}$$

tecniche di riduzione
 $\Rightarrow$

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}} = \tilde{A}\tilde{x} + \tilde{B}u \\ y = \tilde{C}\tilde{x} + \tilde{D}u \end{cases}$$

$$x \in \mathbb{R}^n$$

$$\tilde{x} \in \mathbb{R}^m$$

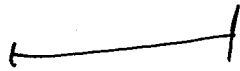
$$\lfloor n \approx 1000 / 10000 \rfloor$$

$$\underbrace{|m \lll n|}$$

EVENT-DRIVEN

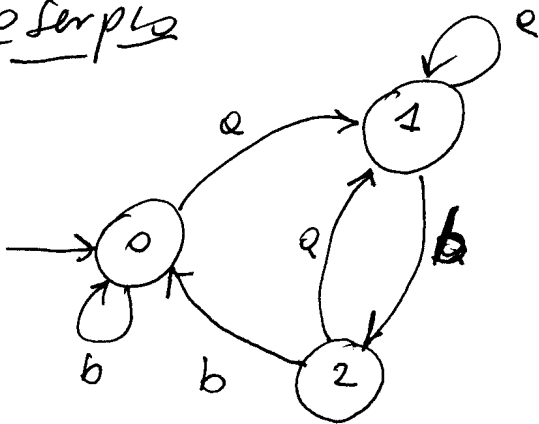
4

- lo stato può essere sempre espresso da un'unica componente (~~un'unica~~ ~~in un~~ ~~ma~~ l'insieme degli stati di un SED ~~è~~ è numerabile)
- non ha senso minimizzare il numero di componenti dello stato come nel caso dei sistemi time-driven.
- ha invece senso (per automi a stati finiti) minimizzare il numero degli stati.



Due automi a stati finiti ~~sono~~ si dicono
EQUIVALENTI se riconoscono lo stesso linguaggio.

esempio



=> non ci sono stati finali

=> il linguaggio riconosciuto

è $L = \emptyset$

||



~~Def~~

PROBLEMA: dato un automa a stati finiti, determinare un automa a stati finiti equivalente a quello dato, e con numero minimo di stati.

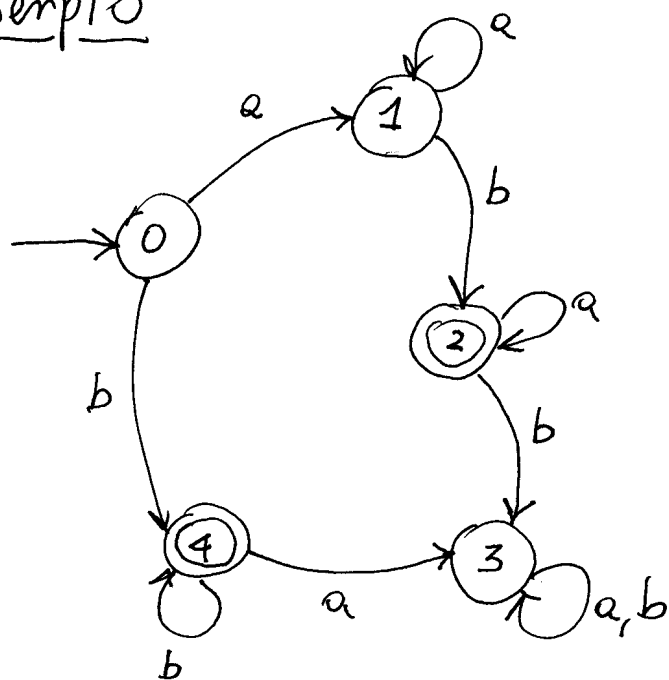
~~Def~~

Consideriamo un automa a stati finiti $(\mathcal{C}, \mathcal{X}, f, x_0, \mathcal{F})$, e sia $\{x, y\}$ una coppia di stati appartenenti a $\mathcal{X}$, $x \neq y$.

La coppia $\{x, y\}$ è composta da stati equivalenti rispetto a $\mathcal{F}$ se per ogni stringa $u \in \mathcal{C}^*$, vale la relazione

$$f^*(x, u) \in \mathcal{F} \iff f^*(y, u) \in \mathcal{F}.$$

esempio



$\mathcal{C} = \{a, b\}$
 $\mathcal{C}^* = \{\epsilon, a, b, aa, ab, ba, bb, \dots\}$
 $\{0, 1\}$ è composta da stati equivalenti?

$$\mathcal{C} = \{a, b\}$$

$$\mathcal{C}^* = \{\epsilon, a, b, aa, ab, ba, bb, \dots\}$$

$$f^*(0, \epsilon) = 0 \notin \mathcal{F} \quad f^*(1, \epsilon) = 1 \in \mathcal{F}$$

$$f^*(0, a) = 1 \in \mathcal{F} \quad f^*(1, a) = 1 \in \mathcal{F}$$

$$f^*(0, b) = \underline{4} \in \mathcal{F} \quad f^*(1, b) = \underline{2} \in \mathcal{F}$$

(6)

$$f^*(0, aa) = 1 \notin \mathcal{F} \quad f^*(1, aa) = 1 \notin \mathcal{F}$$

$$f^*(0, ab) = 2 \in \mathcal{F} \quad f^*(1, ob) = 2 \in \mathcal{F}$$

$$f^*(0, ba) = 3 \notin \mathcal{F} \quad f^*(1, ba) = 2 \in \mathcal{F} \Rightarrow \text{quindi i due stati non sono equivalenti.}$$

REGOLE

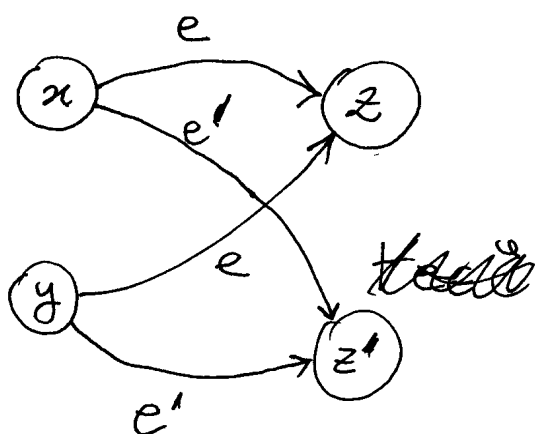
R.1: Due stati $x, y \in \mathcal{X}$ con $x \in \mathcal{F}$ e $y \notin \mathcal{F}$ non sono equivalenti rispetto ad $\mathcal{F}$.

dim.ne - basta applicare la stringa vuota.

$$f^*(x, \varepsilon) = x \in \mathcal{F} \quad , \quad f^*(y, \varepsilon) = y \notin \mathcal{F}.$$

R.2: Due stati $x, y \in \mathcal{X}$ con $x, y \in \mathcal{F}$ oppure $x, y \notin \mathcal{F}$, sono equivalenti rispetto ad $\mathcal{F}$ se

$$f(x, e) = f(y, e) \quad \forall e \in \Sigma.$$



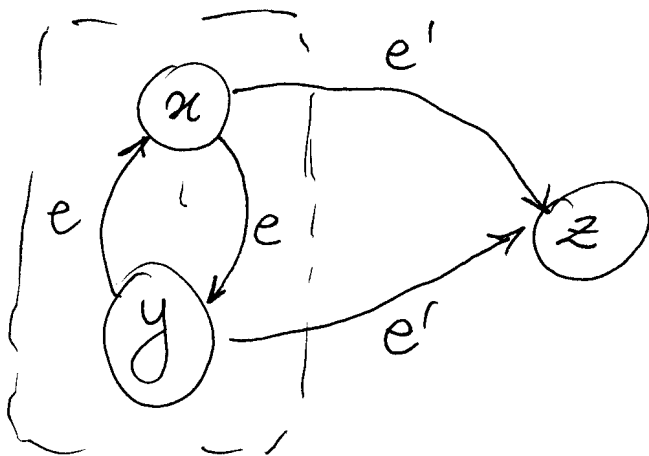
abbe

aibbe

R.3 Due stati $x, y \in \mathcal{X}$ con $x, y \in \mathcal{F}$ oppure $x, y \notin \mathcal{F}$, 7
 sono equivalenti rispetto ad $\mathcal{F}$ se

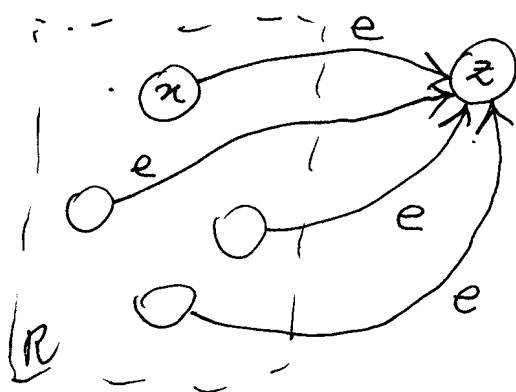
i) $f(x, e) = y$, $f(y, e) = x$ per qualche $e \in \mathcal{E}$

ii) $f(x, e') = f(y, e')$ per tutti gli altri $e' \in \mathcal{E}$.



R.4 Un insieme $R \subseteq \mathcal{X}$ tale che $R \cap \mathcal{F} = \emptyset$ oppure $R = \mathcal{F}$ e' composto da stati equivalenti se
 rispetto ad $\mathcal{F}$ se

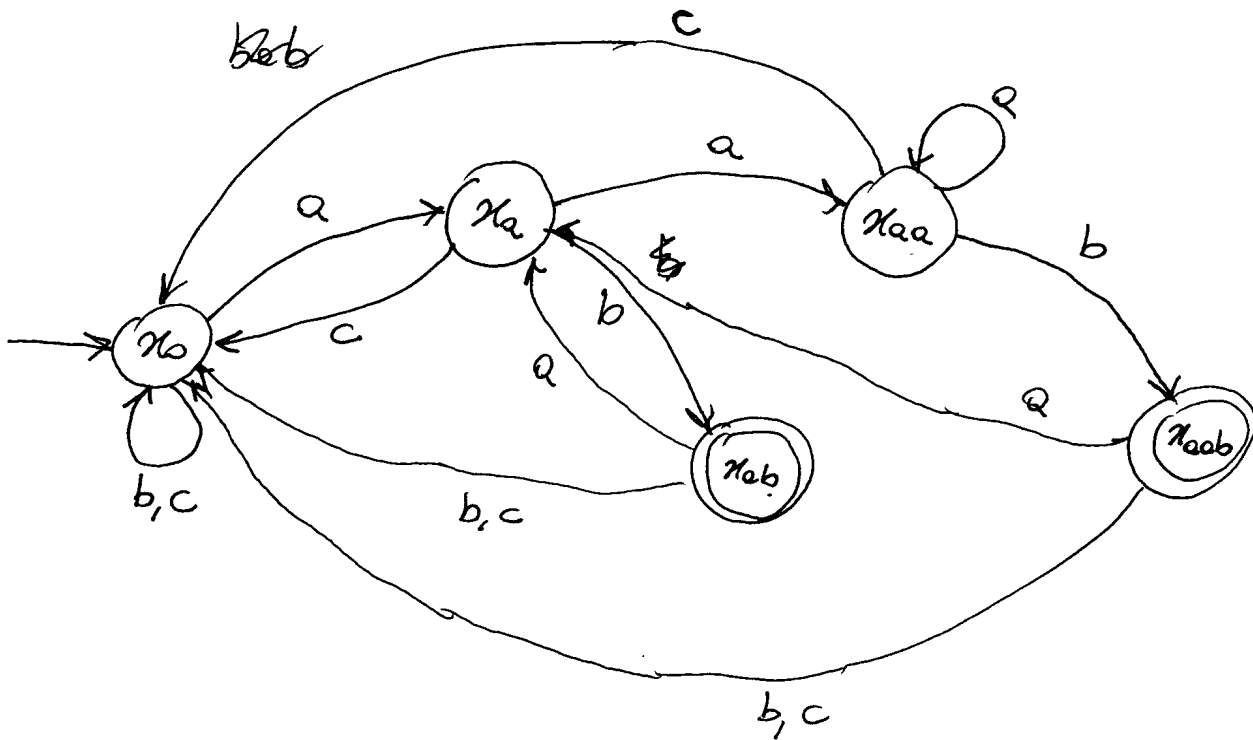
$f(x, e) = z \notin R \stackrel{\text{implica}}{\Rightarrow} f(y, e) = z \quad \forall y \in R.$



ESEMPIO

alfabeto $\Sigma = \{a, b, c\}$

Vogliamo riconoscere tutte le parole costruite con Σ che terminano con ab oppure aab.



$\{\pi_0, \pi_{aa}\}$ sono equivalenti? per il momento non lo sappiamo. ~

$\{\pi_{ab}, \pi_{aab}\}$ sono equivalenti?

$$f(\pi_{ab}, a) = \pi_a$$

$$f(\pi_{aab}, a) = \pi_{aa}$$

$$f(\pi_{ab}, b) = \pi_0$$

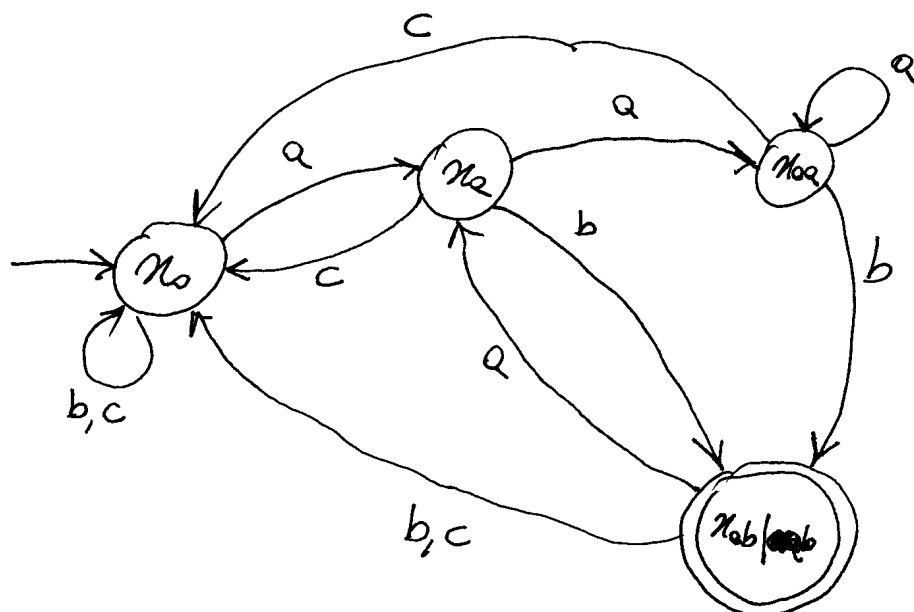
$$f(\pi_{aab}, b) = \pi_0$$

$$f(\pi_{ab}, c) = \pi_0$$

$$f(\pi_{aab}, c) = \pi_0$$

$\Rightarrow$ per la R.2, $\{\pi_{ab}, \pi_{aab}\}$ sono equivalenti.

9



$\{q_1, q_2\}$ sono equivalenti?

$$f(q_1, a) = q_2$$

$$f(q_2, a) = q_2$$

$$f(q_1, b) = q_3/aqb$$

$$f(q_2, b) = q_3/aqb$$

$$f(q_1, c) = q_0$$

$$f(q_2, c) = q_0$$

$\Rightarrow$ per la R.2, $\{q_1, q_2\}$ sono equivalenti.

