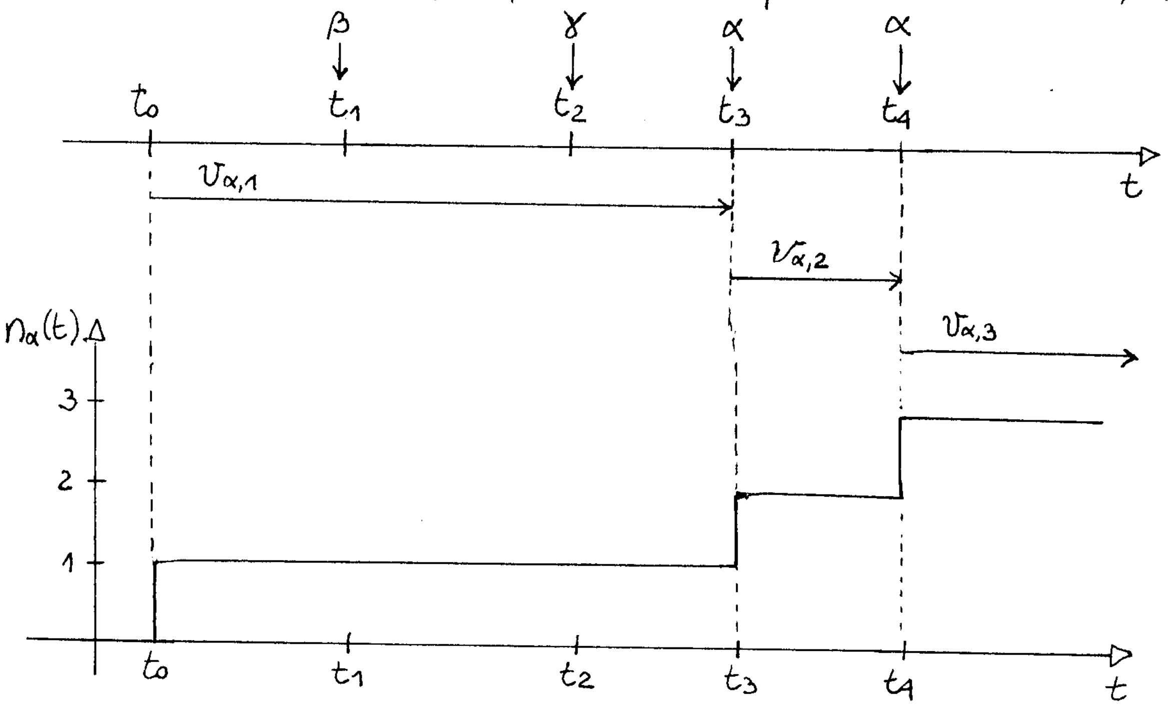
Definizione - Si definisce contatore di attivazione $n_e(t)$ relativo all'evento $e \in \mathcal{E}$ il numero di volte che l'evento e è stato abilitato nell'intervallo temporale $[t_0, t]$.

intervallo chiuso

esempio - $\alpha \in \mathcal{E}$ è sempre possibile in qualsiasi stato $x \in \mathcal{X}$.



Si osservi nel diagramma che il contatore di attivazione $n_e(t_k)$ in un istante t_k in cui l'evento e viene abilitato può essere usato come puntatore alla corrispondente sequenza di temporizzazione.

Infatti, se e viene abilitato all'istante t_k, a esso viene associata la durata di vita $v_{e, n_e(t_k)}$

NOTAZIONI

- rispetto al tempo $\longrightarrow$ t variabile temporale

$x(t)$: stato al tempo t

$n_e(t)$: contatore di attivazione dell'evento $e \in \mathcal{E}$ nell'intervallo chiuso $[t_0, t]$.

$y_e(t)$: durata di vita residua dell'evento $e \in \mathcal{E}$, definita solo per $e \in \Gamma(x(t))$.

- rispetto al verificarsi degli eventi $\longrightarrow$ k contatore del numero di eventi

t_k : istante di tempo in cui si verifica il k-esimo evento

e_k : k-esimo evento, che causa la k-esima transizione di stato

x_k : stato dopo la k-esima transizione di stato.

$$x(t) = x_k \quad \text{per } t \in [t_k, t_{k+1})$$

$n_{e,k}$: contatore di attivazione dell'evento $e \in \mathcal{E}$ nell'intervallo chiuso $[t_0, t_k]$

$y_{e,k}$: durata di vita residua dell'evento $e \in \mathcal{E}$ all'istante t_k, definita solo per $e \in \Gamma(x_k)$.

AUTOMI A STATI TEMPORIZZATI

Un <u>automa a stati temporizzato</u> è una sestupla $(\mathcal{E}, \mathcal{X}, \Gamma, f, x_0, V)$, dove:

- $(\mathcal{E}, \mathcal{X}, \Gamma, f, x_0)$ è un <u>automa a stati</u>
- V è una <u>struttura di temporizzazione</u>

La <u>dinamica</u> dell'automa si basa sulle seguenti regole.

Sia $k = 1, 2, \ldots$ il contatore del numero di eventi.

PASSO $\emptyset$: INIZIALIZZAZIONE

- Per ogni $e \in \mathcal{E}$:
  - se $e \in \Gamma(x_0)$, allora $n_{e,0} = 1$,

    e $y_{e,0} = v_{e,1}$
  - altrimenti, $n_{e,0} = 0$,

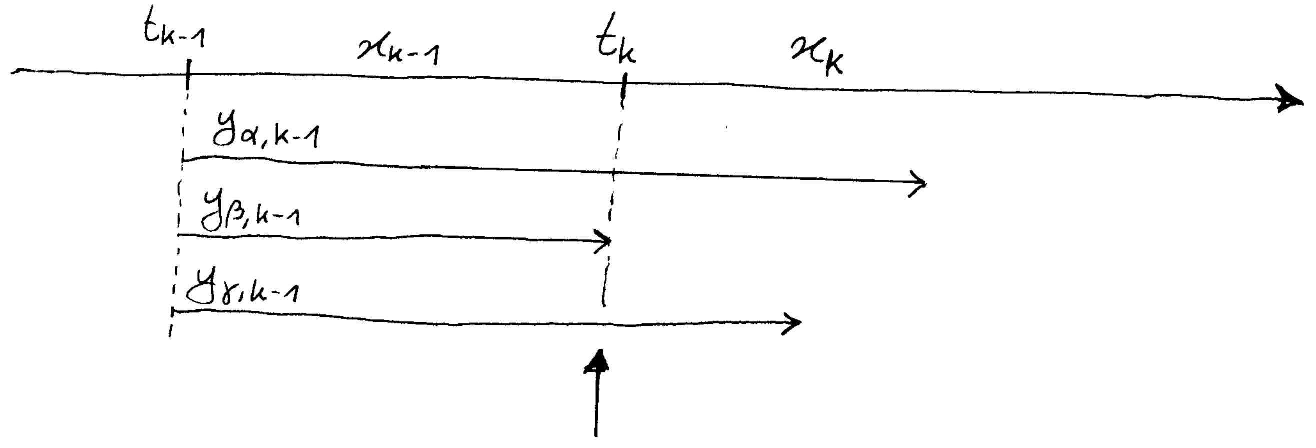
    mentre $y_{e,0}$ rimane non definita.
- Porre $k = 1$.

PASSO 1: selezione del prossimo evento di innesco

Il k-esimo evento di innesco è l'evento possibile al quale corrisponde la minima durata di vita residua, cioè:

$$\boxed{e_k = \arg \min_{e \in \Gamma(x_{k-1})} y_{e,k-1}}$$

esempio: $\Gamma(x_{k-1}) = \{\alpha, \beta, \gamma\}$



$$e_k = \beta = \arg\min \{ y_{\alpha,k-1}, y_{\beta,k-1}, y_{\gamma,k-1} \}.$$

PASSO 2. determinazione dell'istante di innesco del prossimo evento

L'istante di tempo t_k in cui l'evento e_k accade è dato da

$$\boxed{t_k = t_{k-1} + y^*_{k-1}} \quad \text{dove} \quad \boxed{y^*_{k-1} = \min_{e \in \Gamma(x_{k-1})} y_{e,k-1}}$$

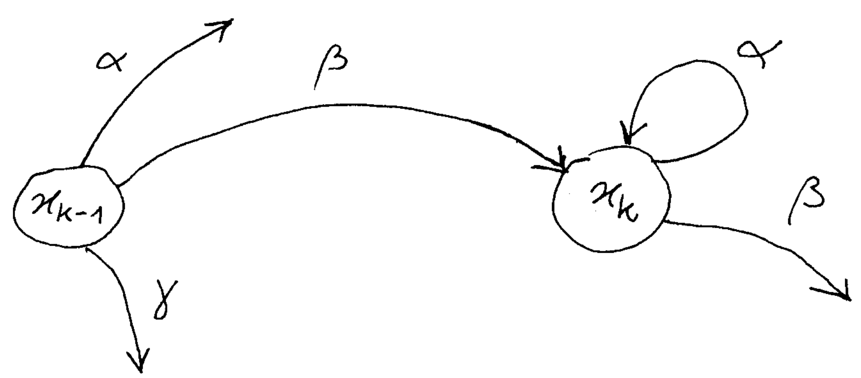
esempio (continua) - $y^*_{k-1} = \min\{ y_{\alpha,k-1}, y_{\beta,k-1}, y_{\gamma,k-1} \} = y_{\beta,k-1}$.

PASSO 3 determinazione del prossimo stato

Lo stato x_k è dato da

$$\boxed{x_k = f(x_{k-1}, e_k)}$$

esempio (continua)



PASSO 4: aggiornamento dei contatori di attivazione

I contatori di attivazione vengono aggiornati nel seguente modo:

$$\forall e \in \mathcal{E}. \quad n_{e,k} = \begin{cases} n_{e,k-1}+1 & \text{se } (e \in \Gamma(x_k),\ e = e_k) \\ & \text{oppure } (e \in \Gamma(x_k),\ e \notin \Gamma(x_{k-1})) \\ n_{e,k-1} & \text{altrimenti} \end{cases}$$

esempio (continua)

$n_{\alpha,k} = n_{\alpha,k-1}$ perché α era possibile in x_{k-1}, non è accaduto, e rimane possibile in x_k.

(quindi non avviene una nuova attivazione per α)

$n_{\beta,k} = n_{\beta,k-1} + 1$ perché β è accaduto, ed è nuovamente possibile in x_k

(quindi β viene di nuovo attivato)

$n_{\gamma,k} = n_{\gamma,k-1}$ perché γ non è possibile in x_k

(in particolare, γ viene disattivato)

PASSO 5: aggiornamento delle durate residue degli eventi

Le durate residue degli eventi vengono aggiornate come segue:

$$\forall e \in \mathcal{E}, \quad y_{e,k} = \begin{cases} v_{e,n_{e,k}} & \text{se } (e \in \Gamma(x_k),\ e = e_k) \\ & \text{oppure } (e \in \Gamma(x_k),\ e \notin \Gamma(x_{k-1})) \\ y_{e,k-1} - y^*_{k-1} & \text{se } (e \in \Gamma(x_k),\ e \in \Gamma(x_{k-1}) \setminus \{e_k\}) \\ \text{indefinito} & \text{altrimenti} \end{cases}$$

esempio (continua)

$$y_{\alpha,k} = y_{\alpha,k-1} - y^*_{k-1} = y_{\alpha,k-1} - y_{\beta,k-1}$$

$$y_{\beta,k} = v_{\beta,n_{\beta,k}}$$

$$y_{\gamma,k} = \text{indefinito}$$

PASSO 6: aggiornamento del contatore del numero di eventi

Porre $k = k+1$, e ritornare al passo 1.

OSSERVAZIONE - Potrebbe succedere che

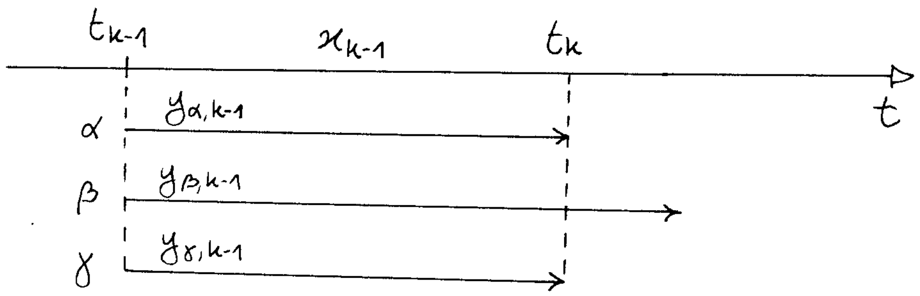
$$y_{e',k-1} = y_{e'',k-1} = \min_{e \in \Gamma(x_{k-1})} y_{e,k-1}$$

per due eventi distinti $e', e'' \in \Gamma(x_{k-1})$. In questo caso, si ha un'ambiguità nel determinare il prossimo evento di innesco.

Soluzione: assegnare PRIORITÀ tra gli eventi.

esempio

regola di priorità: l'evento α ha sempre priorità sull'evento γ.



Dato che $y_{\alpha,k-1} = y_{\gamma,k-1} < y_{\beta,k-1}$, per la regola di priorità l'evento α accade per primo al tempo t_k, causando la transizione in x_k. Si osservi che, se $\gamma \in \Gamma(x_k)$, allora γ potrà accadere immediatamente all'istante $t_{k+1} = t_k$.

SCHEMA DI PROGRAMMAZIONE DEGLI EVENTI

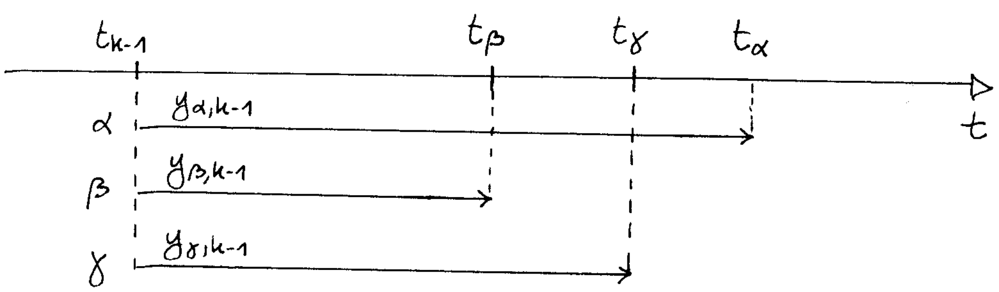
- adatto a implementazioni software
- idea base: mantenere una lista $\mathcal{L}$ contenente gli eventi correntemente programmati, insieme ai corrispondenti istanti di innesco.

  Sia $k = 1, 2, \dots,$ il contatore del numero di eventi.

  Formalmente, tra t_{k-1} e l'innesco del prossimo evento abbiamo

$$\mathcal{L} = \{ (e, t_e) : e \in \Gamma(x_{k-1}),\ t_e = t_{k-1} + y_{e,k-1} \}$$

esempio



Ovviamente, il prossimo evento di innesco è quello corrispondente alla coppia $(e, t_e) \in \mathcal{L}$ con istante di innesco più piccolo.

$\Rightarrow$ La lista $\mathcal{L}$ (detta <u>lista degli eventi programmati</u>) è una lista ordinata in base a valori temporali <u>crescenti</u>

<u>esempio</u> - $\mathcal{L} = \{(\beta, t_\beta), (\gamma, t_\gamma), (\alpha, t_\alpha)\}$, $t_\beta < t_\gamma < t_\alpha$.

In questo modo, il prossimo evento di innesco è quello corrispondente al primo elemento nella lista.

Utilizzando la lista degli eventi programmati, la dinamica dell'automa si basa sulle seguenti regole:

<u>PASSO 0: inizializzazione</u>

- Per ogni $e \in \mathcal{E}$:
  - se $e \in \Gamma(x_0)$, allora $n_e = 1$, e la coppia $(e, t_0 + v_{e,1})$ viene inserita nella lista $\mathcal{L}$ (inizialmente vuota).
  - altrimenti, $n_e = 0$.
- Ordinare la lista $\mathcal{L}$ in base a tempi di innesco crescenti.
- Porre $k = 1$.

PASSO 1 : selezione del prossimo evento di innesco, e determinazione del corrispondente istante di innesco.

- (e_k, t_k) corrisponde alla prima coppia (e, t_e) della lista ordinata $\mathcal{L}$.
- la coppia (e_k, t_k) viene rimossa dalla lista $\mathcal{L}$.

PASSO 2 : determinazione del prossimo stato

$$x_k = f(x_{k-1}, e_k)$$

PASSO 3 : aggiornamento dei contatori di attivazione

Per ogni $e \in \mathcal{E}$:

- $n_e = n_e + 1$ se $(e \in \Gamma(x_k)\ ,\ e = e_k)$ oppure $(e \in \Gamma(x_k)\ ,\ e \notin \Gamma(x_{k-1}))$
- altrimenti, n_e rimane invariato.

PASSO 4 - aggiornamento della lista degli eventi programmati

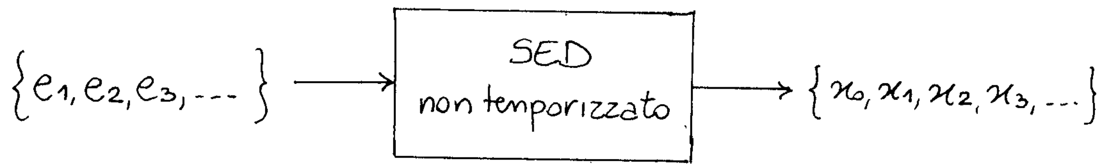
- Rimuovere dalla lista $\mathcal{L}$ tutte le coppie (e, t_e) con $e \notin \Gamma(x_k)$.
- Aggiungere la coppia $(e, t_k + v_{e,n_e})$ alla lista $\mathcal{L}$ per ogni $e \in \Gamma(x_k)$ che non sia già programmato nella lista (cioè $(e, t_e) \notin \mathcal{L}$ per alcun t_e).

- Ordinare la lista $\mathcal{L}$ in base a tempi di innesco crescenti

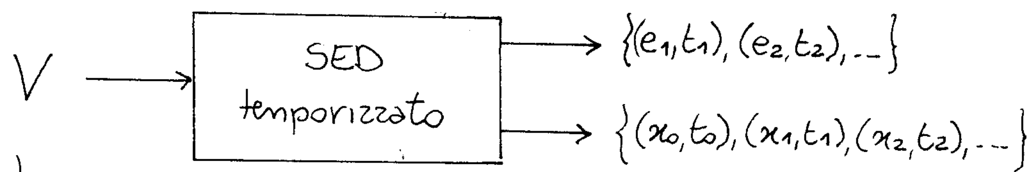
PASSO 5: aggiornamento del contatore del numero di eventi

Porre $k = k+1$ e tornare al passo 1.

OSSERVAZIONE



La sequenza di eventi è un ingresso per il SED non temporizzato => è possibile determinare la traiettoria, ma non il moto, del sistema.



- La struttura di temporizzazione è un ingresso per il SED temporizzato.
- Il meccanismo di selezione del prossimo evento traduce la struttura di temporizzazione in una effettiva sequenza di eventi che guida il sottostante automa a stati.