ALGORITMO PER LA DETERMINAZIONE DI STATI EQUIVALENTI

Sia $(\mathcal{E}, \mathcal{X}, f, x_0, \mathcal{F})$ un automa a stati finiti con $\mathcal{F} \neq \mathcal{X}$ (altrimenti il problema sarebbe banale).

ATTENZIONE: coppia non ordinata

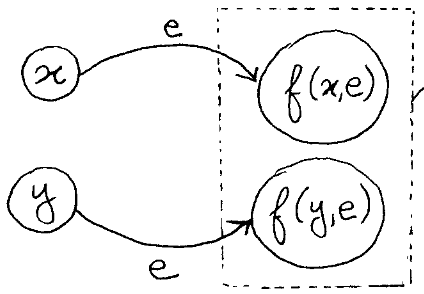
passo 1

1.1. Marcare tutte le coppie $\{x,y\}$ tali che $x \in \mathcal{F}$ e $y \notin \mathcal{F}$.

1.2. Per tutte le coppie $\{x,y\}$ non marcate, inizializzare a vuota la corrispondente lista $P(\{x,y\})$.

passo 2 - Per tutte le coppie $\{x,y\}$ non marcate al passo 1:

2.1. Se la coppia $\{f(x,e), f(y,e)\}$ è marcata per qualche $e \in \mathcal{E}$:



coppia già marcata => coppia di stati non equivalenti => nemmeno $\{x,y\}$ sono equivalenti, e tutti i loro predecessori

2.1.1. Marcare la coppia $\{x,y\}$.

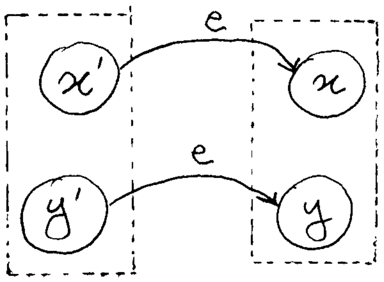
2.1.2. Marcare tutte le coppie $\{x',y'\} \in P(\{x,y\})$, e ripetere a ritroso questo passo per tutte le coppie $\{x',y'\}$

=> se $\{x'',y''\} \in P(\{x',y'\})$ e $\{x',y'\} \in P(\{x,y\})$, allora marcare anche $\{x'',y''\}$, ecc.

2.2. Altrimenti (cioè, se le coppie $\{f(x,e), f(x,e)\}$ non sono marcate per alcun $e \in \mathcal{E}$):

2.2.1. Per ogni $e \in \mathcal{E}$, se $f(x,e) \neq f(y,e)$, aggiungere $\{x,y\}$ alla lista $P(\{f(x,e), f(y,e)\})$.

<u>NOTA</u> - Qui capiamo il significato della lista $P(\{x,y\})$: durante l'esecuzione dell'algoritmo, essa contiene in generale un sottoinsieme delle coppie $\{x',y'\}$ che si mappano nella coppia $\{x,y\}$ per qualche $e \in \mathcal{E}$ (predecessori a un passo).



Al termine dell'algoritmo (cioè quando non ci sono più coppie da analizzare), le coppie di stati <u>non marcate</u> corrispondono a <u>coppie di stati equivalenti</u>.

<u>esempio</u> - Consideriamo nuovamente l'automa per il riconoscimento delle sequenze terminanti con "abc" costruito durante la lezione del 19 ottobre 2007, e applichiamo a esso l'algoritmo per la riduzione del numero di stati.

<u>passo 1</u>

Costruiamo il seguente diagramma in cui ogni casella corrisponde a una coppia di stati da analizzare:

	x_{abc}	x_{ab}	x_c	x_b
x_a				
x_b				
x_c				
x_{ab}				

$\longrightarrow$

	x_{abc}	x_{ab}	x_c	x_b
x_a	M			
x_b	M			
x_c	M			
x_{ab}	M			

e marchiamo con M le caselle corrispondenti a coppie $\{x,y\}$ in cui $x \in \mathcal{F}$ e $y \notin \mathcal{F}$ (ricordare che in questo caso $\mathcal{F} = \{x_{abc}\}$).

Quindi, inizializziamo le liste corrispondenti alle coppie di stati non marcate:

$$P(\{x_a, x_b\}) = \emptyset \qquad P(\{x_a, x_{ab}\}) = \emptyset \qquad P(\{x_b, x_{ab}\}) = \emptyset$$

$$P(\{x_a, x_c\}) = \emptyset \qquad P(\{x_b, x_c\}) = \emptyset \qquad P(\{x_c, x_{ab}\}) = \emptyset$$

<u>passo 2</u>

- Consideriamo la coppia $\{x_a, x_b\}$, e osserviamo che:

$f(x_a, a) = x_a$, $f(x_b, a) = x_a$ $\Rightarrow$ $\{x_a, x_b\} \xrightarrow{a} \{x_a\}$

$f(x_a, b) = x_{ab}$, $f(x_b, b) = x_b$ $\Rightarrow$ $\{x_a, x_b\} \xrightarrow{b} \{x_b, x_{ab}\}$ <u>non marcata</u>

$f(x_a, c) = x_c$, $f(x_b, c) = x_c$ $\Rightarrow$ $\{x_a, x_b\} \xrightarrow{c} \{x_c\}$

Dato che nessuna coppia di successori e' marcata (un "singleton", cioe' un insieme di un elemento, e' per definizione non marcato, perche' uno stato e' sempre "equivalente a se stesso"), eseguiamo il passo 2.2: aggiungiamo $\{x_a, x_b\}$ alla lista corrispondente a $\{x_b, x_{ab}\}$. Quindi,

$$P(\{x_b, x_{ab}\}) = \{\{x_a, x_b\}\}$$

- Consideriamo la coppia $\{x_a, x_c\}$, e osserviamo che:

$f(x_a, a) = x_a$, $f(x_c, a) = x_a$ $\Rightarrow$ $\{x_a, x_c\} \xrightarrow{a} \{x_a\}$

$f(x_a, b) = x_{ab}$, $f(x_c, b) = x_b$ $\Rightarrow$ $\{x_a, x_c\} \xrightarrow{b} \{x_b, x_{ab}\}$ <u>non marcata</u>

$f(x_a, c) = x_c$, $f(x_c, c) = x_c$ $\Rightarrow$ $\{x_a, x_c\} \xrightarrow{c} \{x_c\}$

Dato che nessuna coppia di successori e' marcata, eseguiamo il passo 2.2: aggiungiamo $\{x_a, x_c\}$ alla lista corrispondente a $\{x_b, x_{ab}\}$. Quindi:

$$P(\{x_b, x_{ab}\}) = \{\{x_a, x_b\}, \{x_a, x_c\}\}$$

- Consideriamo la coppia $\{x_a, x_{ab}\}$, e osserviamo che:

$$f(x_a, c) = x_c, \quad f(x_{ab}, c) = x_{abc} \quad \Rightarrow \quad \{x_a, x_{ab}\} \xrightarrow{c} \{x_c, x_{abc}\} \ \underline{\text{marcata}}$$

Quindi, eseguiamo il passo 2.1, marcando $\{x_a, x_{ab}\}$ (non facciamo altro, perchè correntemente la lista corrispondente a $\{x_a, x_{ab}\}$ è vuota).

	x_{abc}	x_{ab}	x_c	x_b
x_a	M	M		
x_b	M			
x_c	M			
x_{ab}	M			

- Consideriamo la coppia $\{x_b, x_c\}$, e osserviamo che:

$$f(x_b, a) = x_a, \quad f(x_c, a) = x_a \quad \Rightarrow \quad \{x_b, x_c\} \xrightarrow{a} \{x_a\}$$

$$f(x_b, b) = x_b, \quad f(x_c, b) = x_b \quad \Rightarrow \quad \{x_b, x_c\} \xrightarrow{b} \{x_b\}$$

$$f(x_b, c) = x_c, \quad f(x_c, c) = x_c \quad \Rightarrow \quad \{x_b, x_c\} \xrightarrow{c} \{x_c\}$$

Non facciamo niente (<u>ATTENZIONE</u> - le relazioni trovate implicano che gli stati x_b e x_c sono equivalenti [rivedere le OSSERVAZIONI a pag. 7 delle note della lezione del 19 ottobre 2007], ma noi proseguiamo perchè vogliamo trovare <u>tutte</u> le coppie di stati equivalenti).

- Consideriamo la coppia $\{x_b, x_{ab}\}$, e osserviamo che:

$$f(x_b, c) = x_c, \quad f(x_{ab}, c) = x_{abc} \quad \Rightarrow \quad \{x_b, x_{ab}\} \xrightarrow{c} \{x_c, x_{abc}\} \ \underline{\text{marcata}}$$

Quindi, eseguiamo il passo 2.1, marcando $\{x_b, x_{ab}\}$ e tutte le coppie nella lista corrispondente a $\{x_b, x_{ab}\}$, cioè $\{x_a, x_b\}$ e $\{x_a, x_c\}$. Non facciamo altro, perchè le liste corrispondenti a $\{x_a, x_b\}$ e $\{x_a, x_c\}$ sono correntemente vuote.

	x_{abc}	x_{ab}	x_c	x_b
x_a	M	M	M	M
x_b	M	M		
x_c	M			
x_{ab}	M			

- Consideriamo infine la coppia $\{x_c, x_{ab}\}$, e osserviamo che:

$$f(x_c, c) = x_c, \quad f(x_{ab}, c) = x_{abc} \;\Rightarrow\; \{x_c, x_{ab}\} \xrightarrow{c} \{x_c, x_{abc}\} \;\; \underline{\text{marcata}}$$

Quindi, eseguiamo il passo 2.1, marcando $\{x_c, x_{ab}\}$ (non facciamo altro, perchè correntemente la lista corrispondente a $\{x_c, x_{ab}\}$ è vuota).

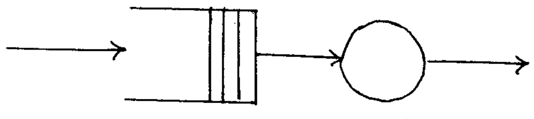
	x_{abc}	x_{ab}	x_c	x_b
x_a	M	M	M	M
x_b	M	M		
x_c	M	M		
x_{ab}	M			

- Avendo analizzato tutte le coppie, l'algoritmo ha termine, e $\{x_b, x_c\}$ è l'unica coppia non marcata. Quindi, x_b e x_c sono gli unici due stati equivalenti nell'automa.

<u>PROBLEMA</u>- Esistono casi di SED dove il sistema è naturalmente descritto da uno <u>spazio di stato numerabile</u>, <u>ma non finito.</u>
In questi casi, la modellizzazione attraverso automi a stati finiti non è possibile...

Esempio

Sistema di servizio con coda di lunghezza illimitata.



Lo stato del sistema è rappresentato dal numero di clienti in coda (incluso il cliente che è servito). Dato che la coda ha lunghezza illimitata, lo spazio di stato del sistema è numerabile, ma non finito.

⇝ Estendiamo la definizione di automi a stati finiti, in modo da permettere sia spazio di stato che insieme degli eventi di cardinalità non finita. Inoltre, permettiamo la possibilità di inibire alcuni eventi in alcuni stati.

Definizione - Un automa a stati è una quintupla $(\mathcal{E}, \mathcal{X}, \Gamma, f, x_0)$, dove:

- $\mathcal{E}$ è un insieme numerabile di eventi
- $\mathcal{X}$ è un insieme numerabile di stati
- $\forall x \in \mathcal{X}$. $\Gamma(x)$ rappresenta l'insieme degli eventi $e \in \mathcal{E}$ che sono possibili nello stato x. Quindi, $\Gamma(x) \subseteq \mathcal{E}$.
- $f : \mathcal{X} \times \mathcal{E} \longrightarrow \mathcal{X}$ è la funzione di transizione dello stato.
  Ovviamente, $f(x,e)$ è definita solo per $e \in \Gamma(x)$.
- $x_0 \in \mathcal{X}$ è lo stato iniziale.

Osservazioni

Differenze rispetto agli automi a stati finiti:

- $\mathcal{X}$ e $\mathcal{E}$ sono insiemi non necessariamente finiti.
- Esiste un vincolo sugli eventi possibili in corrispondenza di ciascuno stato.
- Manca l'insieme degli stati finali.

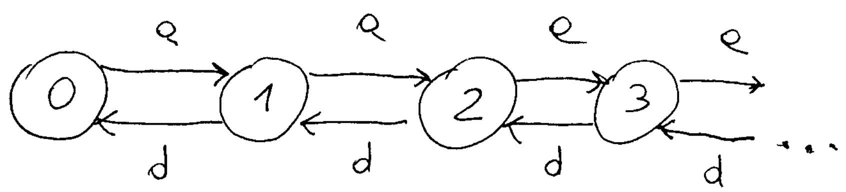
Rappresentazione grafica degli automi a stati

Un grafo, analogamente al caso degli automi a stati finiti. Tuttavia, nel caso degli automi a stati, mettiamo archi uscenti dallo stato x solo in corrispondenza degli eventi $e \in \Gamma(x)$.

esempio - Ritorniamo all'esempio del sistema di servizio con coda di lunghezza illimitata

- Stato: $\mathcal{X} = \{0, 1, 2, \dots\}$ => numero di clienti in coda (incluso quello servito)
- Eventi: $\mathcal{E} = \{a, d\}$ => a: arrivo di un cliente; d: partenza di un cliente
- $\Gamma(x) = \{a, d\} \ \forall x \neq 0$ $\quad \Gamma(0) = \{a\}$
  ↳ non ci possono essere partenze di clienti, se nessun cliente è nel sistema
- $f(x, a) = x + 1$

  $f(x, d) = x - 1$ se $x \neq 0$



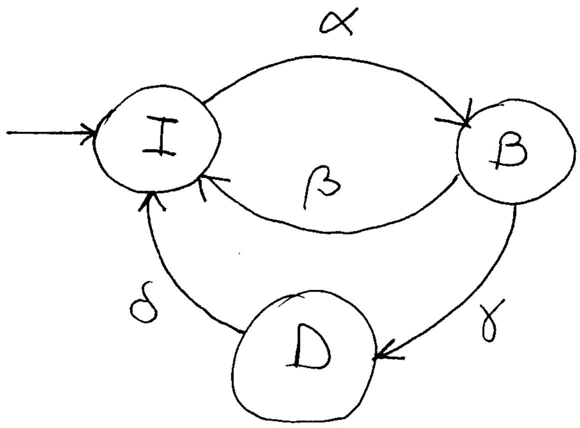
- $x_0 = 0$

Altra rappresentazione, dal punto di vista del <u>servente</u>:

- $\mathcal{X} = \{I, B, D\}$, dove: I = inattivo (idle)
  B = occupato (busy)
  D = guasto (down)

- $\mathcal{E} = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$

  α: inizio del servizio
  β: conclusione del servizio
  γ: guasto
  δ: riparazione



NOTA - Si assume che, in conseguenza di un guasto (che può avvenire solo quando il servente è attivo), il cliente che viene servito è perso, e quindi dopo la riparazione, lo stato del servente è inattivo.

Attenzione: questo modello non ha conoscenza della lunghezza della coda.

$\Rightarrow$ Gli eventi α (inizio di un servizio) sono visti come impressi puramente esogeni:

AUTOMI A STATI CON USCITE

Definizione - Un automa a stati con uscite è una settupla

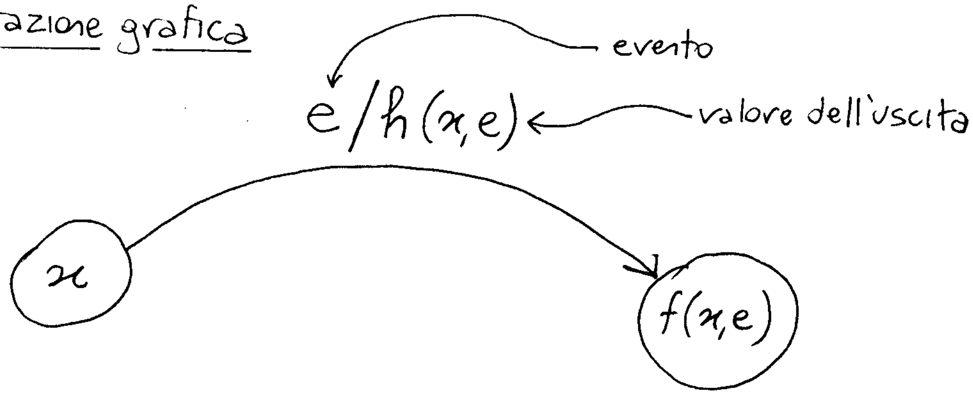
$$(\mathcal{E}, \mathcal{X}, \Gamma, f, x_0, \mathcal{Y}, h)$$

dove:

- $(\mathcal{E}, \mathcal{X}, \Gamma, f, x_0)$ è un automa a stati
- $\mathcal{Y}$ è un insieme numerabile di uscite
- $h : \mathcal{X} \times \mathcal{E} \longrightarrow \mathcal{Y}$ funzione di uscita

Ovviamente, $h(x,e)$ è definita solo per $e \in \Gamma(x)$.

rappresentazione grafica



esempio

Un trasmettitore adotta il seguente protocollo di comunicazione:

- se il trasmettitore riceve un messaggio e si trova nello stato I (inattivo), il messaggio è accettato e processato; altrimenti è ignorato.

- il processamento del messaggio consiste nel memorizzare una copia del messaggio, quindi nel trasmetterlo, facendo contemporaneamente partire un timer con un certo time-out.

- se il trasmettitore riceve un segnale di conferma prima dello scadere del time-out, il messaggio viene cancellato dalla memoria, e il trasmettitore torna nello stato inattivo; altrimenti, il messaggio viene di nuovo trasmesso, e viene fatto partire un nuovo timer.

$\mathcal{X} = \{I, M, T\}$

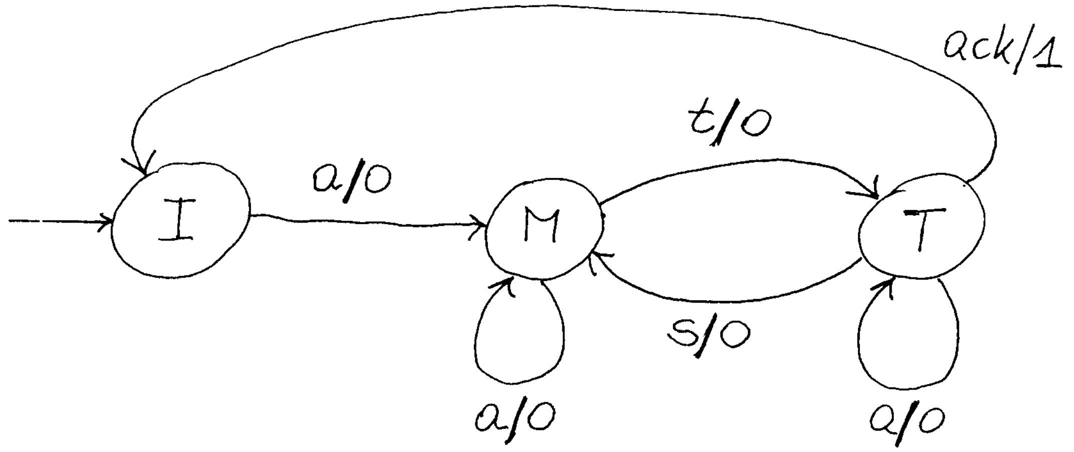
I: inattivo
M: accesso lettura/scrittura alla memoria
T: trasmissione

$\mathcal{E} = \{a, t, s, ack\}$

a: arrivo di un messaggio
t: trasmissione
s: scadenza timeout
ack: ricevimento della conferma.

$\mathcal{Y} = \{0, 1\}$

1: messaggio trasmesso correttamente
0: altrimenti



Modelli temporizzati di sistemi a eventi discreti

Consideriamo sistemi a eventi discreti in cui ci interessa non solo l'ordine/sequenza degli eventi, ma anche gli istanti di tempo in cui gli eventi si verificano.

L'informazione temporale ci serve per rispondere a domande del tipo:

- Quanto tempo il sistema trascorre in un certo stato?
- Quante volte un evento si verifica in un certo intervallo di tempo?

ecc.

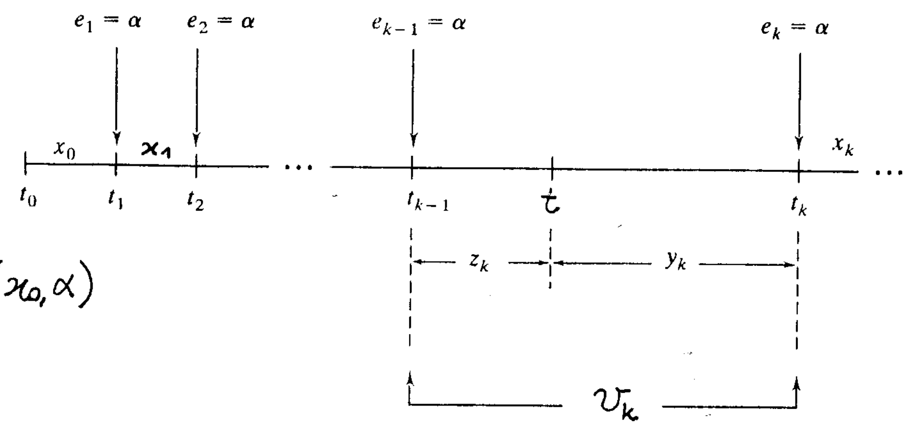
Dobbiamo dunque introdurre un meccanismo di temporizzazione nei nostri sistemi a eventi discreti...

Esempio 1 - SED con unico evento

Consideriamo un SED descritto da un automa a stati $(\mathcal{E}, \mathcal{X}, \Gamma, f, x_0)$ con:

- $\mathcal{E} = \{\alpha\}$
- $\forall x \in \mathcal{X}.\ \Gamma(x) = \{\alpha\}$ => l'evento α è sempre possibile.

In questo caso, il moto del sistema è completamente specificato fornendo gli istanti di tempo $\{t_1, t_2, t_3, \dots\}$ in cui l'evento accade, con $t_0 < t_1 < t_2 < t_3 < \dots$ (t_0 = istante iniziale). Infatti, la corrispondente evoluzione dello stato può essere determinata applicando ripetutamente la funzione di transizione dello stato.



es: $x_1 = f(x_0, \alpha)$

Si osservi che, invece degli istanti di tempo $\{t_1, t_2, t_3, \dots\}$, avremmo potuto equivalentemente fornire le quantità

$$v_k = t_k - t_{k-1} \quad , \quad k = 1,2,3, \dots$$

che chiamiamo durate di vita dell'evento α. Questa terminologia deriva dall'interpretazione di t_{k-1} come l'istante in cui l'evento viene abilitato, e di t_k come l'istante in cui l'evento effettivamente accade.

Noto t_0 (istante iniziale), e le durate di vita $\{v_1, v_2, v_3, \dots\}$, gli istanti di occorrenza dell'evento si ricavano dalla relazione ricorsiva

$$t_k = t_{k-1} + v_k \quad , \quad k = 1,2,3, \dots$$

Sia $t \in [t_{k-1}, t_k)$. La quantità

$$z(t) = t - t_{k-1}$$

si chiama età dell'evento (è il tempo trascorso dall'abilitazione dell'evento), mentre la quantità

$$y(t) = t_k - t$$

si chiama durata di vita residua dell'evento (è il tempo restante fino alla prossima occorrenza dell'evento). Ovviamente, vale la relazione

$$z(t) + y(t) = v_k.$$

Esempio 2 - SED con due eventi sempre attivi

Consideriamo un SED descritto da un automa a stati $(\mathcal{E}, \mathcal{X}, \Gamma, f, x_0)$ con:

- $\mathcal{E} = \{\alpha, \beta\}$
- $\forall x \in \mathcal{X}.\ \Gamma(x) = \{\alpha, \beta\}.$

Specifichiamo due sequenze di durate di vita:

$\{v_{\alpha,1}, v_{\alpha,2}, v_{\alpha,3}, \dots\}$ per l'evento α

$\{v_{\beta,1}, v_{\beta,2}, v_{\beta,3}, \dots\}$ per l'evento β.

NOTA - $v_{e,k} \geq 0 \ \forall e \in \mathcal{E}, \forall k = 1,2,3,\dots$

Per determinare il moto del sistema, procediamo come segue.

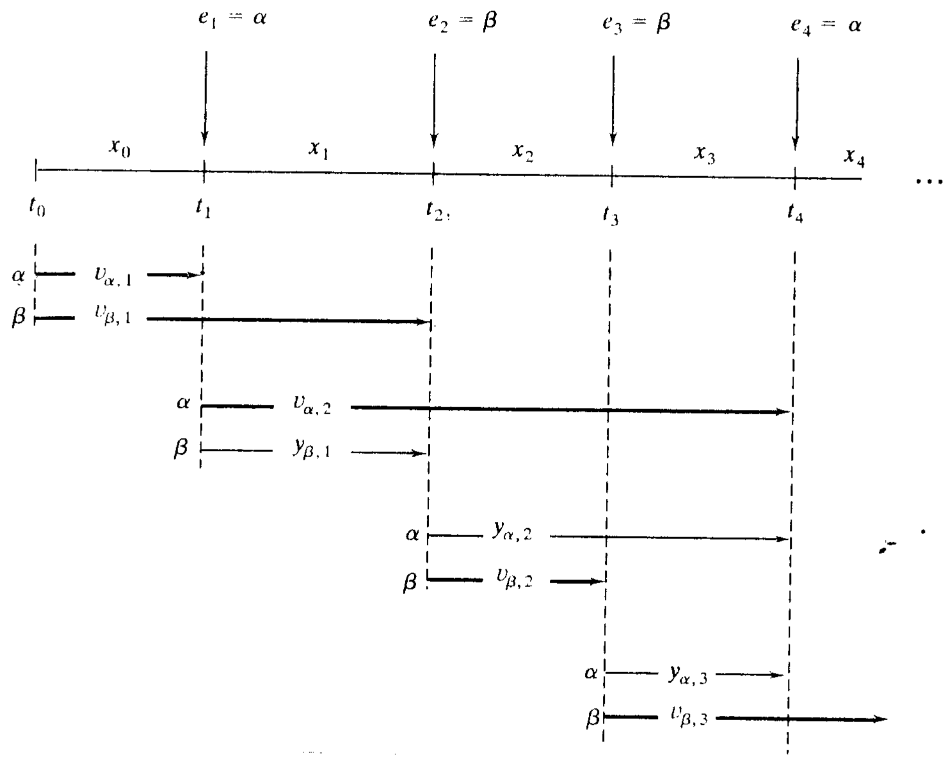
- Inizialmente, agli eventi α e β vengono associate due durate di vita prese dalle corrispondenti sequenze di temporizzazione. Quindi:

  $y_{\alpha,0} = v_{\alpha,1}$ per l'evento α

  $y_{\beta,0} = v_{\beta,1}$ per l'evento β.

I due eventi sono concorrenti. Accade per primo quello a cui corrisponde la durata di vita minore.

Supponiamo che $y_{\alpha,0} < y_{\beta,0}$, come riportato in figura. L'evento α è dunque l'evento che accade per primo, al tempo $t_1 = t_0 + y_{\alpha,0}$. Il nuovo stato x_1 si ottiene applicando la funzione di transizione dello stato, cioè $x_1 = f(x_0, \alpha)$.



- All'istante t_1, l'evento α accade. Dato che tale evento è ancora possibile nel nuovo stato x_1, esso viene di nuovo abilitato. Inoltre, gli viene associata una nuova durata di vita presa dalla corrispondente sequenza di temporizzazione:

  $$y_{\alpha,1} = v_{\alpha,2}.$$

  Per quanto riguarda l'evento β, invece, esso era abilitato in x_0, e continua ad esserlo in x_1. Quindi all'evento β (che era già programmato) viene associata una durata di vita residua

  $$y_{\beta,1} = y_{\beta,0} - y_{\alpha,0} = y_{\beta,0} - (t_1 - t_0)$$

  Si osservi che $y_{\beta,1}$ rappresenta proprio il tempo restante fino alla prossima occorrenza programmata dell'evento β.
  Accade per primo l'evento a cui corrisponde la durata di vita (residua) minore.
  Supponiamo che $y_{\beta,1} < y_{\alpha,1}$, come riportato in figura. L'evento β è dunque il prossimo evento ad accadere, al tempo $t_2 = t_1 + y_{\beta,1}$. Il nuovo stato x_2 si ottiene applicando la funzione di transizione dello stato, cioè $x_2 = f(x_1, \beta)$.

- Si prosegue analogamente a partire dall'istante t_2.

Esempio 3 - SED con due eventi non sempre attivi

Consideriamo un SED descritto da un automa a stati $(\mathcal{E}, \mathcal{X}, \Gamma, f, x_0)$ con:

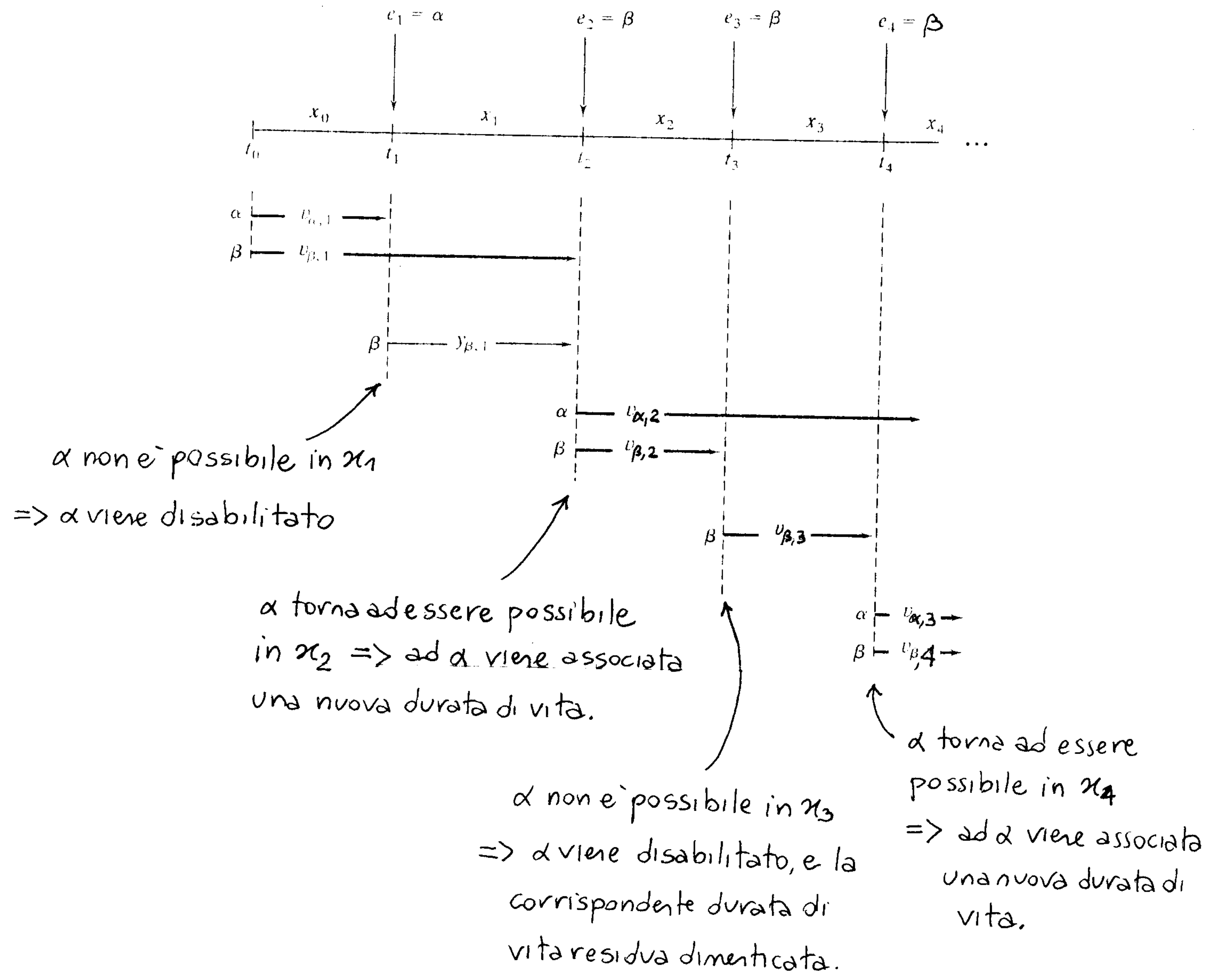
- $\mathcal{E} = \{\alpha, \beta\}$
- $\Gamma(x) \neq \{\alpha, \beta\}$ in alcuni $x \in \mathcal{X}$.

Come nell'esempio 2, specifichiamo due sequenze di durate di vita per gli eventi α e β.
Per determinare il moto del sistema, procediamo analogamente all'esempio 2.

L'unica differenza rispetto all'esempio 2 consiste nel fatto che, in certi stati, non entrambi gli eventi sono possibili.

Se un evento non e' possibile nello stato corrente, tale evento viene <u>disabilitato</u>. Questo implica che, se a quell'evento era associata una certa durata di vita residua, questa viene dimenticata. Quando l'evento verra' di nuovo abilitato, a esso sara' associata una nuova durata di vita presa dalla corrispondente sequenza di temporizzazione.

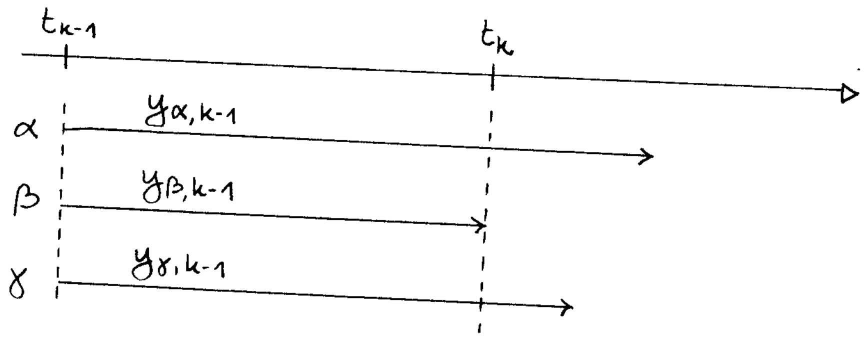
Si consideri come esempio l'evoluzione del sistema rappresentata in figura, dove si suppone che $\Gamma(x_0)=\Gamma(x_2)=\Gamma(x_4)=\{\alpha,\beta\}$, $\Gamma(x_1)=\Gamma(x_3)=\{\beta\}$.



Basandoci sugli esempi appena illustrati, formalizziamo il meccanismo di selezione del prossimo evento per sistemi a eventi discreti temporizzati.

MECCANISMO DI SELEZIONE DEL PROSSIMO EVENTO

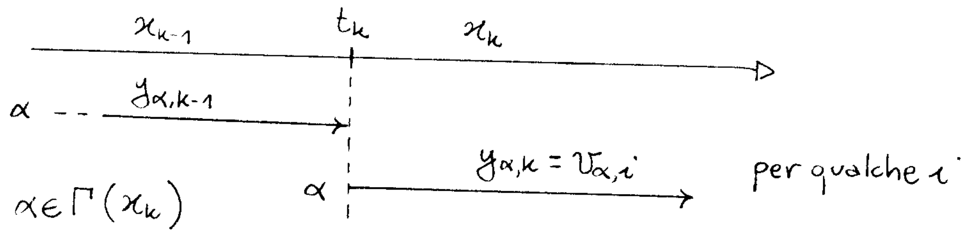
1. Per determinare il prossimo evento, si confrontano le <u>durate di vita residue</u> di tutti gli eventi possibili nello stato corrente, e si sceglie il più piccolo.



$\Rightarrow$ il prossimo evento è β, che accade al tempo $t_k = t_{k-1} + y_{\beta,k-1}$.

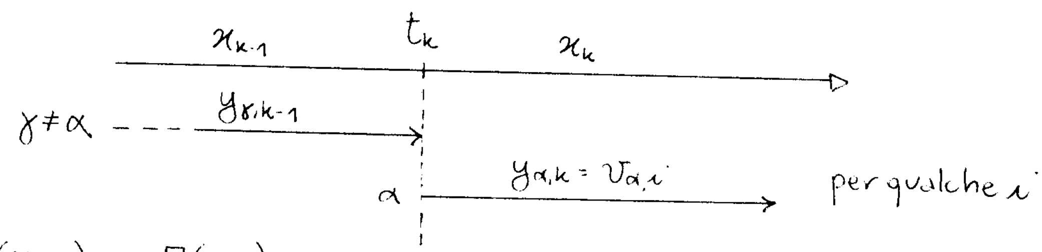
2. Un evento $e \in \mathcal{E}$ viene <u>attivato</u> quando:

   - e è appena accaduto, e rimane possibile nel nuovo stato



$\alpha \in \Gamma(x_{k-1}),\ \alpha \in \Gamma(x_k)$

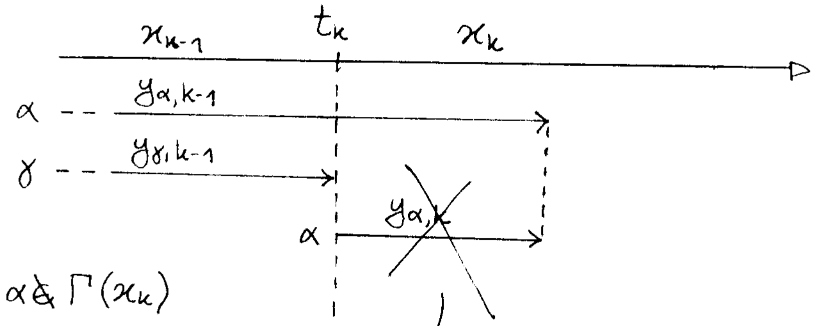
   - un evento differente è accaduto mentre e non era possibile, causando una transizione in un nuovo stato dove e è possibile



$\alpha \notin \Gamma(x_{k-1}),\ \alpha \in \Gamma(x_k)$

Si osservi che <u>attivare un evento</u> è equivalente a inizializzare il suo timer a una nuova durata di vita presa dalla corrispondente sequenza di temporizzazione.

3. Un evento $e \in \mathcal{E}$ viene <u>disabilitato</u> quando un evento differente accade mentre e è possibile, causando una transizione in un nuovo stato dove e non è possibile.



$\alpha \in \Gamma(x_{k-1}),\ \alpha \notin \Gamma(x_k)$

Se un evento viene disabilitato, la sua durata di vita residua in quel momento viene dimenticata.

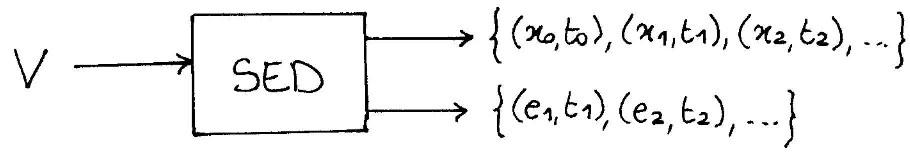
<u>Definizione</u> - La <u>struttura di temporizzazione</u> associata a un insieme di eventi $\mathcal{E}$ è un insieme

$$V = \{ v_e : e \in \mathcal{E} \}$$

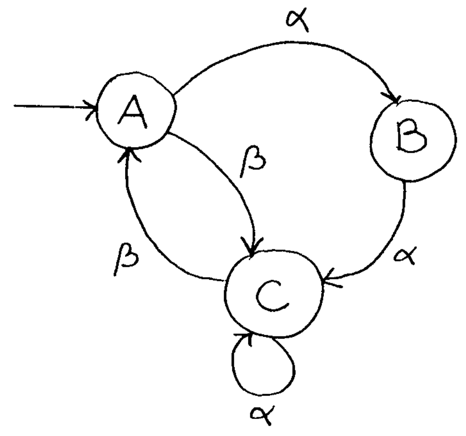
costituito da <u>sequenze di temporizzazione</u> per ogni evento $e \in \mathcal{E}$:

$$v_e = \{ v_{e,1},\ v_{e,2},\ v_{e,3}, \dots \}, \quad v_{e,i} \geq 0,\ i = 1, 2, 3, \dots$$

La struttura di temporizzazione è un ingresso per il SED:

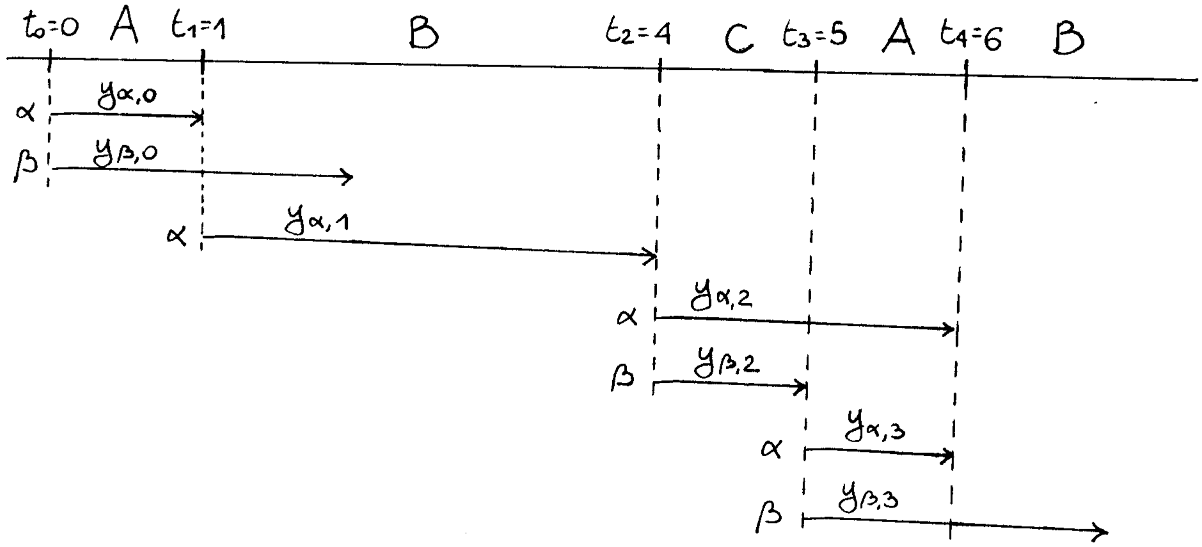


ESEMPIO



$$\mathcal{V}_\alpha = \left\{ \begin{array}{ccc} v_{\alpha,1} & v_{\alpha,2} & v_{\alpha,3} \\ 1, & 3, & 2 \end{array} \right\}$$

$$\mathcal{V}_\beta = \left\{ \begin{array}{ccc} v_{\beta,1} & v_{\beta,2} & v_{\beta,3} \\ 2, & 1, & 2 \end{array} \right\}$$



Si osservi che:

- $y_{\alpha,0} = v_{\alpha,1} = 1$, $y_{\beta,0} = v_{\beta,1} = 2$ $\Rightarrow$ $e_1 = \alpha$, $x_1 = f(A,\alpha) = B$
- $y_{\alpha,1} = v_{\alpha,2} = 3$ $\Rightarrow$ $e_2 = \alpha$, $x_2 = f(B,\alpha) = C$
- $y_{\alpha,2} = v_{\alpha,3} = 2$, $y_{\beta,2} = v_{\beta,2} = 1$ $\Rightarrow$ $e_3 = \beta$, $x_3 = f(C,\beta) = A$
- $y_{\alpha,3} = y_{\alpha,2} - y_{\beta,2} = 2 - 1 = 1$, $y_{\beta,3} = v_{\beta,3} = 2$ $\Rightarrow$ $e_4 = \alpha$, $x_4 = f(A,\alpha) = B$

  α rimane possibile nella transizione dallo stato C allo stato A

  $\Rightarrow$ ad α viene associata la sua <u>durata di vita residua</u>.