Esercitazione di Sistemi ad Eventi Discreti - 13.01.2012

NOTA: per esercitarsi, si veda anche l'esercitazione svolta del 22/01/2010, disponibile all'indirizzo `http://www.dii.unisi.it/~paoletti/teaching/sed/0910` sotto la voce 'Programma e note delle lezioni'.

Esercizio 1

Un hotel dispone di una piccola palestra con solo due postazioni attrezzate identiche. I clienti che arrivano alla palestra utilizzano una delle postazioni, se libera, altrimenti se ne tornano in camera. La palestra apre alle 10:00 e chiude alle 22:00. Il processo di arrivo dei clienti è modellizzabile come un processo di Poisson caratterizzato da una frequenza media di 4 clienti/ora, mentre la durata dell'utilizzo di una postazione attrezzata segue una distribuzione esponenziale con durata media 30 minuti per ciascun cliente.

1. Calcolare la probabilità che un cliente in arrivo alle 17:00 trovi entrambe le postazioni libere.

2. Verificare la condizione di bilanciamento dei flussi a regime ($\lambda_{eff} = \mu_{eff}$).

Esercizio 2

Una stazione di lavorazione priva di spazio di accodamento è formata da due macchine M_1 e M_2. La macchina M_1 opera la modellazione a caldo di un pezzo, mentre la macchina M_2 opera la ripulitura dopo la modellazione a caldo. Una frazione $p = 3/4$ dei pezzi lavorati nella stazione non richiede tuttavia ripulitura. I pezzi arrivano alla stazione di lavorazione come generati da un processo di Poisson con tasso $\lambda = 1$ arrivo/minuto, e vengono respinti se M_1 è occupata. Quando M_1 termina la modellazione a caldo di un pezzo e questo richiede ripulitura, M_1 trattiene il pezzo se M_2 è occupata, fino a quando M_2 si libera. I tempi di lavorazione in M_1 e M_2 seguono distribuzioni esponenziali con durate medie 2 e 4 minuti, rispettivamente

1. Scrivere l'espressione a regime del μ_{eff} della stazione di lavorazione, verificando numericamente l'uguaglianza con il λ_{eff}.

2. Determinare, giustificandola con il ragionamento e verificandola numericamente, la relazione a regime tra il λ_{eff} della stazione di lavorazione e quello della sola M_2.

3. Verificare numericamente la legge di Little per M_1, dando una spiegazione del risultato trovato.

Esercizio 3

Una stazione di lavorazione è composta da una macchina assemblatrice A preceduta da un buffer B di capacità unitaria. La macchina A può contenere due parti, che vengono assemblate quando sono entrambe disponibili. L'assemblaggio di due parti origina un *pezzo*. Si assume che le parti giungano alla stazione di lavorazione come generate da un processo di Poisson con tasso λ arrivi/minuto, e vengano respinte se la stazione di lavorazione è piena. La durata di un'operazione di assemblaggio è una variabile aleatoria esponenziale con tasso μ assemblaggi/minuto.

1. Determinare il minimo intero $\rho = \lambda/\mu$ che determina un'utilizzazione a regime della macchina A non inferiore al 90%.

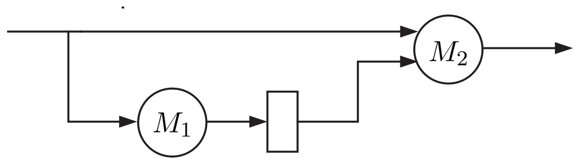
2. Con il valore di ρ calcolato al punto precedente, determinare i valori di λ e μ che permettono di avere una produzione media a regime di pezzi pari a 5 pezzi/minuto.

3. Con i valori di λ e μ calcolati ai punti precedenti, determinare il tempo medio di attesa a regime di una generica parte nel buffer B.

4. Con i valori di λ e μ calcolati ai punti precedenti, verificare la condizione di bilanciamento dei flussi a regime ($\lambda_{eff} = \mu_{eff}$), esprimendo sia λ_{eff} che μ_{eff} come parti/minuto (si ricordi che un pezzo in uscita è composto da due parti...).

Esercizio 4

Si consideri la stazione di lavorazione rappresentata in figura.



I pezzi in arrivo possono richiedere con probabilità $p = 1/3$ una pre-lavorazione in M_1, altrimenti vanno direttamente in lavorazione in M_2. Quando un pezzo arriva e la macchina a cui è destinato non è libera, viene respinto. A valle della macchina M_1 è presente un buffer di capacità unitaria. Quando M_1 termina la pre-lavorazione di un pezzo e M_2 è occupata, il pezzo pre-lavorato viene trasferito nel buffer se questo è vuoto. Altrimenti, il pezzo viene trattenuto da M_1, che quindi non si rende disponibile per una nuova lavorazione fino a quando termina la lavorazione in M_2. I pezzi arrivano alla stazione di lavorazione come generati da un processo di Poisson con tempo medio di interarrivo pari a 5 minuti, mentre i tempi di lavorazione in M_1 e M_2 seguono distribuzioni esponenziali con tassi $\mu_1 = 0.5$ servizi/minuto e $\mu_2 = 0.8$ servizi/minuto, rispettivamente.

1. Calcolare il numero medio di pezzi nel sistema a regime.

2. Verificare la Legge di Little per il sistema Σ costituito dalla sola macchina M_1, calcolando indipendentemente le quantità λ_Σ, $\mathrm{E}[X_\Sigma]$ e $\mathrm{E}[S_\Sigma]$.