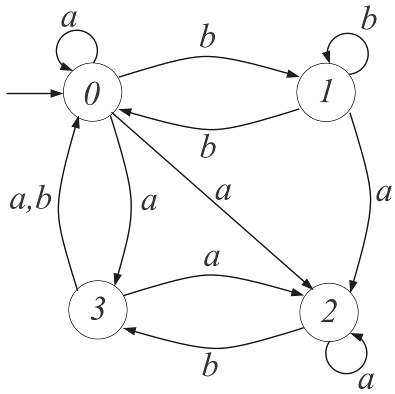
Esercitazione di Sistemi ad Eventi Discreti - 20.12.2011

Esercizio 1

Si consideri l'automa a stati stocastico $(\mathcal{E}, \mathcal{X}, \Gamma, p, x_0, F)$ descritto in figura, con $\mathcal{E} = \{a, b\}$, $p(0|0, a) = 1/2$, $p(2|0, a) = 1/3$, $p(1|1, b) = 1/4$, F_a e F_b distribuzioni esponenziali con parametri $\lambda_a = 1$ e $\lambda_b = 2$, rispettivamente, e $P(X_{k+1} = 0|X_k = 3) = 8/9$.



1. Costruire una catena di Markov omogenea a tempo continuo che abbia comportamento stocastico equivalente all'automa dato.

Esercizio 2

Un'enzima può trovarsi in tre stati: 0, quando è inibito (la sua capacità di legarsi al substrato è bloccata); 1, quando non è inibito e non è legato al substrato; 2, quando è legato al substrato. Si indichi con $V(0)$, $V(1)$ e $V(2)$ il tempo in cui l'enzima si trova in ciascuno dei tre stati. Trascorso $V(0)$ nello stato 0, l'enzima passa nello stato 1. Nello stato 1, l'enzima si lega al substrato dopo il tempo $V(1)$. Trascorso $V(2)$ nello stato 2, l'enzima può trovarsi con probabilità p nello stato 0 (inibizione da substrato), altrimenti si trova nello stato 1.

1. Discutere sotto quali condizioni il funzionamento dell'enzima è modellizzabile mediante una catena di Markov omogenea a tempo continuo, e definire tale catena.

Esercizio 3

Un hotel dispone di una piccola palestra con solo due postazioni attrezzate identiche. I clienti che arrivano alla palestra utilizzano una delle postazioni, se libera, altrimenti se ne tornano in camera. La palestra apre alle 10:00 e chiude alle 22:00. Il processo di arrivo dei clienti è modellizzabile come un processo di Poisson caratterizzato da una frequenza media di 4 clienti/ora, mentre la durata dell'utilizzo di una postazione attrezzata segue una distribuzione esponenziale con durata media 30 minuti per ciascun cliente.

1. Calcolare la probabilità che un cliente in arrivo alle 17:00 trovi entrambe le postazioni libere.