Esercitazione di Sistemi ad Eventi Discreti - 08.11.2011

NOTA: per esercitarsi, si vedano anche le esercitazioni svolte del 19/11/2009 e 01/12/2009, disponibili all'indirizzo `http://www.dii.unisi.it/~paoletti/teaching/sed/0910` sotto la voce 'Programma e note delle lezioni'.

Esercizio 1

Da una stazione di autobus, transitano le corriere numero 1 e 2. Le corriere arrivano sempre vuote come generate da processi di Poisson indipendenti, caratterizzati da tempi medi di interarrivo pari a 45 minuti e un'ora, rispettivamente. Ogni corriera ha una capienza di 15 posti. Una corriera in arrivo si ferma, carica eventuali passeggeri in attesa e riparte. In prima approssimazione, si assume che la durata della fermata sia trascurabile. I passeggeri dei due tipi di corriere si presentano alla stazione anch'essi come generati da processi di Poisson, indipendenti tra loro e dai processi di arrivo delle corriere. I due processi hanno frequenza media 20 arrivi/ora e 15 arrivi/ora, rispettivamente. La stazione apre alle 6:00 del mattino, e a quell'ora non ci sono né passeggeri né corriere presenti.

1. Fornire una descrizione del sistema mediante un automa a stati stocastico $(\mathcal{E}, \mathcal{X}, \Gamma, f, x_0, F)$.
2. Calcolare il numero totale medio di passeggeri presenti nella stazione al momento dell'arrivo della generica prima corriera.
3. Calcolare la probabilità che la prima corriera numero 1 in arrivo non riesca a caricare tutti i passeggeri in attesa.
4. Calcolare la durata media dell'attesa di un generico passeggero della corriera numero 2.

Esercizio 2

Un salone di parrucchiere possiede 2 poltrone per il taglio e 2 addetti al taglio. I clienti arrivano come generati da un processo di Poisson con tasso 3 arrivi/ora. Il generico cliente è con probabilità $p = 1/3$ di sesso maschile. La durata di un taglio di capelli è indipendente dall'addetto, ma dipende dal sesso del cliente. Segue una distribuzione esponenziale con valor medio uguale a 20 minuti per gli uomini, e uguale a 45 minuti per le donne. Dato che il salone non dispone di sala di attesa, un cliente in arrivo quando tutte le poltrone sono occupate decide di rinunciare al taglio di capelli.

1. Modellizzare il salone di parrucchiere mediante un automa a stati stocastico $(\mathcal{E}, \mathcal{X}, \Gamma, p, x_0, F)$, supponendo il salone vuoto all'apertura.
2. Calcolare la probabilità che il terzo cliente che arriva debba rinunciare al taglio di capelli.
3. Calcolare la probabilità che in un'ora arrivino esattamente tre clienti di sesso maschile (il numero di clienti di sesso femminile è imprecisato).

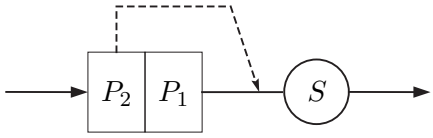
Esercizio 3

Si consideri una coda di servizio composta da un servente e da un singolo posto per l'attesa. I clienti arrivano come generati da un processo di Poisson con tasso $\lambda = 1$ arrivo/min, e i tempi di servizio hanno durata costante pari a $t_s = 3$ min. Inizialmente la coda di servizio è vuota.

1. Noto che un cliente arriva all'istante $t = 4$ min, calcolare la probabilità che trovi la coda di servizio vuota.

Esercizio 4

Si consideri la coda di servizio rappresentata in figura, e costituita da uno sportello S preceduto da uno spazio di accodamento con due posti P_1 e P_2. Quando la coda è piena e termina il servizio allo sportello S, con probabilità $p = 1/4$ il cliente in attesa nel posto P_2 viene ammesso al servizio prima del cliente in P_1 ("sorpasso"). Un cliente che arriva quando la coda è piena, non viene ammesso nella coda. Si assuma che i clienti arrivino come generati da un processo di Poisson con parametro $\lambda = 0.1$ arrivi/min, e che le durate dei servizi allo sportello S seguano una distribuzione esponenziale con tasso $\mu = 0.2$ servizi/min, rispettivamente.



1. Modellizzare la coda di servizio mediante un automa a stati stocastico $(\mathcal{E}, \mathcal{X}, \Gamma, p, x_0, F)$, assumendo inizialmente la coda vuota.

2. Noto che la coda è piena e che lo sportello S sta servendo un cliente che non ha effettuato "sorpassi", calcolare la probabilità che il cliente in attesa nel posto P_1 venga "sorpassato" esattamente due volte prima di essere ammesso al servizio.

3. Noto che la coda è piena e che lo sportello S sta servendo un cliente che non ha effettuato "sorpassi", calcolare la probabilità che dopo il prossimo evento lo sportello S stia servendo un cliente che non ha effettuato "sorpassi".

4. Determinare la distribuzione di probabilità del tempo di soggiorno in uno stato in cui lo sportello S è occupato e un solo cliente è in attesa.