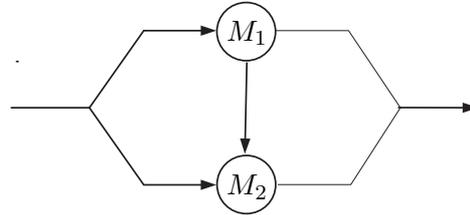


## Esercitazione di Sistemi ad Eventi Discreti - 16.06.2011

### Esercizio 1 [integrazione all'Esercizio 2 del 14/04/2011]

Si consideri la stazione di lavorazione rappresentata in figura, composta da due macchine  $M_1$  e  $M_2$  e priva di spazio di accodamento.



La macchina  $M_1$  è più veloce della macchina  $M_2$  ( $M_1$  e  $M_2$  hanno frequenza media di servizio  $\mu_1 = 4$  pezzi/ora e  $\mu_2 = 1$  pezzo/ora, rispettivamente), ma mentre  $M_2$  ha un'affidabilità del 100%,  $M_1$  ha un'affidabilità solo dell'80% (cioè il 20% delle lavorazioni non viene terminata con successo). Nel caso in cui  $M_1$  termini una lavorazione senza successo, il pezzo viene inviato per la rilavorazione a  $M_2$ , se questa è disponibile. Altrimenti,  $M_1$  trattiene il pezzo fino a quando  $M_2$  si libera. Un pezzo in arrivo quando sia  $M_1$  che  $M_2$  sono libere, viene indirizzato verso  $M_1$  con probabilità  $p = 2/3$ , mentre quando sia  $M_1$  che  $M_2$  sono occupate, il pezzo in arrivo viene scartato. Si supponga che gli arrivi di pezzi e le lavorazioni nelle due macchine abbiano durate che seguono una distribuzione esponenziale, e si assuma una frequenza media degli arrivi  $\lambda = 2$  pezzi/ora.

1. Calcolare l'utilizzazione a regime di  $M_1$ .
2. Verificare la condizione di bilanciamento dei flussi a regime (cioè,  $\lambda_{eff} = \mu_{eff}$ ).

### Esercizio 2

Una stazione di lavorazione è composta da due macchinari  $M_1$  e  $M_2$  in parallelo.  $M_1$  lavora parti sia di tipo 1 che di tipo 2, mentre  $M_2$  lavora solo parti di tipo 1. Quando sia  $M_1$  che  $M_2$  sono libere e la prossima parte da lavorare è di tipo 1, questa viene lavorata con probabilità  $p = 1/3$  da  $M_1$ . Se una parte in arrivo non può essere ammessa in lavorazione, questa viene respinta. Si assuma che i processi degli arrivi dei due tipi di parti alla stazione di lavorazione siano processi di Poisson con tassi  $\lambda_1 = 4$  e  $\lambda_2 = 2$  arrivi/min, rispettivamente, e i tempi di lavorazione  $Z_1$  e  $Z_2$  dei due tipi di parti seguano distribuzioni esponenziali con valore atteso  $E[Z_1] = 0.5$  e  $E[Z_2] = 1$  min, rispettivamente.

1. Esiste la situazione di regime per il sistema di servizio considerato? Perché?
2. Calcolare il tempo medio di soggiorno a regime di una generica parte nella stazione di lavorazione.
3. Calcolare la probabilità a regime che una parte di tipo 1 in arrivo non venga accettata nella stazione di lavorazione.

### Esercizio 3

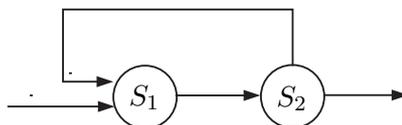
Un'officina per il collaudo di motori è costituita da un banco di prova che può ospitare un singolo motore alla volta. La durata di un collaudo segue una distribuzione esponenziale con tasso  $\mu$  collaudi/ora. All'entrata in officina, il motore da collaudare viene montato su un pallet in una stazione

di carico/scarico. Il motore viene quindi collaudato al banco. Dopo il collaudo, il motore torna alla stazione di carico/scarico. Qui il motore collaudato viene smontato dal pallet, e sul pallet viene immediatamente montato un nuovo motore. Si assume che la durata di un'operazione completa di carico/scarico segua anch'essa una distribuzione esponenziale con valore atteso 6 minuti, mentre sono trascurabili i tempi di spostamento da e verso il banco di prova. Nell'officina sono disponibili solo due pallet.

1. Determinare il valore di  $\mu$  affinché a regime l'officina collaudi, mediamente, 4 motori/ora.

#### Esercizio 4 [integrazione all'Esercizio 3 del 06/05/2011]

In un ufficio amministrativo, le pratiche sono prima analizzate da un addetto  $S_1$ , e poi verificate dal responsabile  $S_2$  dell'ufficio, il quale, in presenza di vizi di forma, può rimandarle a  $S_1$ . In questo caso, il procedimento ricomincia daccapo. Per motivi procedurali, se  $S_1$  e  $S_2$  si devono scambiare una pratica, e uno dei due è impegnato, l'altro attende che il primo si liberi, senza cominciare l'analisi di una nuova pratica. In prima approssimazione, il funzionamento dell'ufficio può dunque essere rappresentato come in figura:



dove  $S_1$  e  $S_2$  sono rappresentati come due serventi privi di spazio di accodamento. La presentazione di pratiche all'ufficio è modellata da un processo di Poisson con tempo medio di interarrivo pari a 1 ora. Se una pratica arriva e  $S_1$  non è disponibile, la pratica viene rimandata indietro. I tempi di analisi delle pratiche seguono una distribuzione esponenziale con tasso 2 pratiche/ora per entrambi i serventi. La probabilità che il responsabile dell'ufficio rilevi un vizio di forma in una pratica è  $p = 1/2$ . I tempi di scambio delle pratiche si assumono trascurabili.

1. Calcolare la probabilità a regime che almeno uno tra  $S_1$  e  $S_2$  aspetti l'altro per passargli la pratica.
2. Calcolare il numero medio orario di pratiche da analizzare che  $S_1$  riceve a regime.

#### Esercizio 5

Un linea di trasmissione digitale mette in comunicazione una sorgente e un ricevitore. Sulla linea può transitare un solo pacchetto di dati alla volta. Il tempo di trasmissione di un pacchetto (espresso in intervalli di *clock*) è una variabile aleatoria  $T$  che segue la densità di probabilità  $P(T = n) = (1 - q)q^{n-1}$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$ , con  $q = 3/4$ . La linea dispone di un buffer che può contenere fino a un massimo di due pacchetti in attesa di essere trasmessi. In ogni intervallo di clock, la probabilità che la sorgente generi un pacchetto per la trasmissione è  $p = 1/3$ . Se la linea di trasmissione è occupata e il buffer è pieno, il pacchetto generato viene perso.

1. Calcolare il valore atteso a regime del numero di pacchetti in attesa di trasmissione.