

## Esercitazione di Sistemi ad Eventi Discreti - 27.05.2011

**NOTA:** per esercitarsi, si veda anche l'esercitazione svolta del 12/01/2010, disponibile all'indirizzo <http://www.dii.unisi.it/~paoletti/teaching/sed/0910> sotto la voce 'Programma e note delle lezioni'.

### Esercizio 1

Una cella di un sistema di telefonia mobile è governata da una Base Station (BS) che è in grado di trasmettere al massimo  $D$  bit ogni  $T = 10$  ms. Alla BS arrivano richieste di trasmissione di pacchetti di lunghezza fissa  $L = 0.5 D$ . Le richieste arrivano come generate da un processo di Poisson con tasso  $\lambda = 0.2$  richieste/ms. La BS dispone di un buffer di capacità  $1.5 D$  bit. All'inizio di un intervallo di trasmissione i bit da trasmettere vengono trasferiti in un tempo trascurabile dal buffer al modulo di trasmissione. Se il buffer è pieno, le richieste di trasmissione in arrivo vengono respinte.

1. Modellizzare il sistema descritto mediante una catena di Markov a tempo discreto omogenea, supponendo che inizialmente non ci siano pacchetti da trasmettere.
2. Calcolare la probabilità che nell'intervallo  $[0, 5T]$  nessuna richiesta di trasmissione venga scartata.
3. Calcolare il valore atteso a regime di pacchetti nella BS.

### Esercizio 2

Un team di robot è composto da un leader (identificato con 0) e tre follower (identificati con 1, 2 e 3). I quattro robot si scambiano informazioni sulla loro posizione al fine di portarsi in formazione. La comunicazione avviene nel modo seguente. Il leader invia la sua posizione al follower 1; il follower 1, ricevuta la posizione del leader, integra il pacchetto di informazione con la propria posizione e la invia al follower 2 (con probabilità  $p$ ) o al follower 3, ma non ad entrambi. Il follower 2 o 3 integra a sua volta il pacchetto di informazione con la propria posizione e la rimanda al leader. Il leader non invia di nuovo la propria posizione fino a quando non ha ricevuto l'informazione fornita dal follower 2 o 3. Si assume che la trasmissione del pacchetto di informazione da un robot all'altro avvenga in un intervallo di durata  $T = 5$  ms.

1. Modellizzare lo scambio di informazione tra i robot mediante una catena di Markov a tempo discreto omogenea.
2. Calcolare la probabilità che negli 0.5 s successivi all'avvio della comunicazione il leader non riceva alcuna informazione sulla posizione del follower 2.
3. Calcolare la probabilità che esattamente dopo 0.4 s dall'avvio della comunicazione il pacchetto di informazione sia in possesso del follower 2.

### Esercizio 3

Una CPU è formata da due processori identici in parallelo. Durante un intervallo di *clock*, può arrivare alla CPU al più un nuovo *job* per l'esecuzione<sup>1</sup>, e questo avviene con probabilità  $\alpha$ . Se almeno un processore è libero, il job viene eseguito, altrimenti viene perso. Quando un processore è occupato, la probabilità che esso termini il job in esecuzione è  $\beta$  in ciascun intervallo di clock.

1. Modellizzare lo stato di occupazione della CPU mediante una catena di Markov a tempo discreto omogenea.
2. Posto  $\alpha = 1/2$ , determinare il valore di  $\beta$  tale che il tempo medio di ricorrenza degli stati con un solo processore occupato e con due processori occupati sia identico.
3. Con i valori di  $\alpha$  e  $\beta$  del punto 2, calcolare la probabilità che entrambi i processori rimangano contemporaneamente occupati per almeno 10 intervalli di clock.

### Esercizio 4

Due accaniti giocatori di carte si sfidano a poker fino a che uno dei due giocatori ha vinto due partite di fila (non esiste parità). I risultati delle partite sono tra loro indipendenti. Per la diversa abilità dei due giocatori, in ogni singola partita la probabilità di vincita del primo è il doppio della probabilità di vincita del secondo.

1. Modellizzare il gioco mediante una catena di Markov omogenea a tempo discreto.
2. Calcolare la probabilità che il gioco duri esattamente 8 partite.
3. Calcolare la probabilità che il giocatore più abile vinca in al più 5 partite.

---

<sup>1</sup>*Suggerimento:* si intenda, per semplicità, che l'arrivo di un nuovo job avviene al termine dell'intervallo di clock.