

Esercitazione di Sistemi ad Eventi Discreti - 01.12.2009

Esercizio 1

Un distributore di carburante è composto da due pompe identiche. Le pompe sono soggette a guasti solo quando erogano carburante. In caso di guasto alla pompa, il veicolo che sta effettuando il rifornimento abbandona il distributore e il gestore procede alla riparazione della pompa. Nel caso in cui un veicolo arriva al distributore e non ci sono pompe disponibili (perché occupate o guaste), esso prosegue rinunciando al rifornimento. Si suppone che gli arrivi di veicoli al distributore siano modellabili come generati da un processo di Poisson con tasso 0.5 arrivi/minuto, mentre i tempi di servizio nelle due pompe seguono una distribuzione esponenziale con valore atteso 5 minuti/servizio. L'evento di guasto di una pompa gode della proprietà di mancanza di memoria, e mediamente una pompa si guasta una volta a settimana. Il tempo di riparazione di una pompa segue anch'esso una distribuzione esponenziale con valore atteso 2 ore/riparazione.

- i)* Si dia una descrizione formale del sistema come automa a stati, definendo un insieme degli eventi $\mathcal{E}$ e un insieme degli stati $\mathcal{X}$, e rappresentando gli eventi abilitati in ciascuno stato e la funzione di transizione di stato graficamente attraverso un diagramma di transizione.
- ii)* Nel caso in cui entrambe le pompe stiano erogando carburante, si calcoli la probabilità che si verifichi un guasto prima che almeno una delle due pompe abbia terminato il proprio servizio.
- iii)* Nel caso in cui una pompa sia inattiva e l'altra sia guasta, si calcoli la probabilità che esattamente un solo cliente arrivi e sia servito prima che la pompa guasta sia riparata.
- iv)* Nel caso in cui una pompa stia erogando carburante e l'altra sia guasta, calcolare il tempo medio di attesa per cambiare stato.

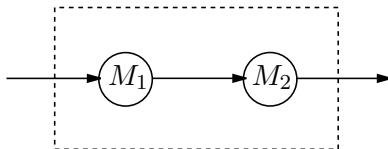
Esercizio 2

La Società Autostrade ha deciso di porre sotto osservazione un tratto autostradale a due corsie. Dalle osservazioni è risultato che, quando entrambe le corsie sono aperte al traffico, si verificano incidenti che ostruiscono la circolazione su una sola o entrambe le corsie con frequenze medie 0.2 incidenti/giorno e 0.0625 incidenti/giorno, rispettivamente. Il tempo medio per ripristinare la circolazione su una corsia è di 6 ore (quando entrambe le corsie sono ostruite, viene liberata una corsia alla volta). Non sono stati osservati incidenti quando una sola delle due corsie è aperta al traffico. Si faccia l'ipotesi di distribuzioni esponenziali ed indipendenza per tutte le variabili aleatorie in gioco.

- i)* Quando entrambe le corsie sono aperte al traffico, si determini l'orizzonte temporale (in giorni) entro il quale la probabilità che non si verifichino incidenti è almeno del 75%.
- ii)* Quando entrambe le corsie sono aperte al traffico, si calcoli il tempo medio (in giorni) senza incidenti.
- iii)* Quando entrambe le corsie sono aperte al traffico, si calcoli la probabilità che, dopo un incidente, la circolazione riprenda regolare (cioè su entrambe le corsie) entro 12 ore.

Esercizio 3

Il sistema di servizio in figura è composto da due serventi M_1 e M_2 in serie, entrambi privi di spazio di accodamento. Se un cliente arriva ed il servente M_1 è occupato, il cliente non viene ammesso al servizio. Se il servente M_1 termina un servizio e il servente M_2 è occupato, M_1 rimane occupato fino a quando si libera M_2 . Si suppone che gli arrivi siano di tipo deterministico a intervalli regolari di $t_a = 1.0$ min, e che i tempi di servizio (espressi in minuti) nei serventi M_1 e M_2 seguano distribuzioni uniformi negli intervalli $[0.7, 1.2]$ e $[0.2, 0.5]$, rispettivamente.



- i) Si calcoli il valore atteso del tempo di soggiorno di un cliente nel sistema.
- ii) Si calcoli la probabilità a regime (cioè per $h \rightarrow \infty$, dove h è il contatore del numero di clienti arrivati) che un cliente in arrivo venga accettato nel sistema.

Suggerimento. Per la soluzione dei punti i) e ii), si sfrutti la semplificazione determinata nella dinamica del sistema dai valori numerici considerati.