

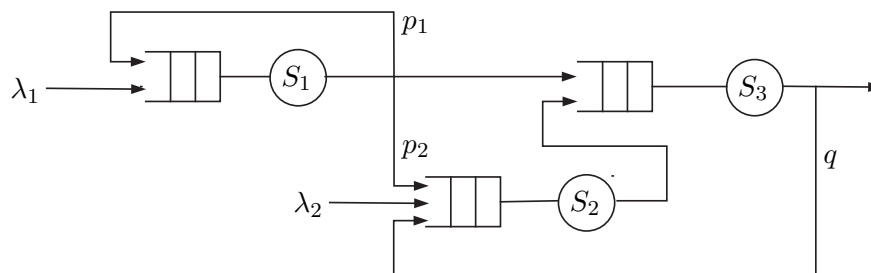
Esercizio 1

L'attività di una piccola società di consulenza è organizzata per progetti. Viste le sue ridotte dimensioni, la società può portare avanti un solo progetto alla volta, ma per sua fortuna i clienti non mancano, e quindi può cominciare a lavorare su un nuovo progetto non appena ne ha terminato un altro. Ciascun progetto è organizzato in quattro fasi F_1 , F_2 , F_3 e F_4 . La fase F_1 precede la fase F_2 . La fase F_3 viene svolta in parallelo alle fasi F_1 e F_2 . La fase F_4 può cominciare solo quando le tre fasi precedenti sono concluse. Le durate delle quattro fasi seguono distribuzioni esponenziali con valori attesi 5 giorni, 4 giorni, 7 giorni e 8 giorni, rispettivamente.

1. Modellizzare l'attività della società di consulenza sopra descritta mediante un automa a stati stocastico $(\mathcal{E}, \mathcal{X}, \Gamma, f, x_0, F)$, assumendo come stato l'iniziale l'inizio di un progetto.
2. Noto che le fasi F_1 e F_3 sono in simultaneo svolgimento, calcolare la probabilità che la fase F_3 termini prima della fase F_2 .
3. Calcolare la durata media di un progetto.
4. A regime, determinare lo stato di avanzamento di un progetto che rappresenta il collo di bottiglia per l'attività della società.

Esercizio 2

Si consideri la rete di code di servizio rappresentata in figura, in cui ogni nodo è costituito da una coda M/M/1, $\lambda_1 = 45$ arrivi/ora, $\lambda_2 = 3$ arrivi/ora, $p_1 = 0.2$, $p_2 = 0.4$ e $q = 0.75$. La frequenza media di servizio del servente S_1 in condizioni di massimo utilizzo è 81 servizi/ora.



1. Dimensionare i tempi medi di servizio dei serventi S_2 e S_3 in modo tale che, a regime, la lunghezza media delle code in ciascuno dei nodi della rete sia uguale.

Esercizio 3

Un generatore di numeri casuali che governa l'apertura di una cassaforte genera i numeri 0, 1 e 2 secondo le seguenti regole:

- i) se l'ultimo numero generato è stato 0, il successivo numero generato è ancora 0 con probabilità $1/2$ o 1 con probabilità $1/2$;
- ii) se l'ultimo numero generato è stato 1, il successivo numero generato è ancora 1 con probabilità $2/5$ o 2 con probabilità $3/5$;

iii) se l'ultimo numero generato è stato 2, il successivo numero generato è 0 con probabilità $7/10$ o 1 con probabilità $3/10$.

Inoltre, il primo numero generato è 0 con probabilità $3/10$, 1 con probabilità $3/10$, e 2 con probabilità $2/5$. La cassaforte si apre quando è stata generata la sequenza 120.

1. Costruire una catena di Markov a tempo discreto per il meccanismo di apertura della cassaforte sopra descritto.
2. Calcolare la probabilità che la cassaforte si apra al quarto numero generato.
3. Illustrare un procedimento per determinare il numero medio di numeri che è necessario generare per aprire la cassaforte.