

Esercizio 1

Un nodo di comunicazione riceve messaggi costituiti da sequenze di byte. Il numero di byte che costituisce ciascun messaggio è una variabile aleatoria distribuita esponenzialmente con valore atteso 8 KByte. I messaggi in arrivo sono generati da un processo di Poisson con numero medio di arrivi al secondo pari a 100. Il nodo trasmette su una linea dedicata con velocità di trasmissione v [KByte/s]. I messaggi in attesa di trasmissione sono accodati in un buffer che si suppone in prima approssimazione di capacità infinita.

1. Determinare il minimo valore di v che garantisce un tempo medio di attesa nel buffer non superiore a 0.1 s.

Esercizio 2

Un pronto soccorso riceve pazienti che vengono classificati mediante un codice a colori sulla base dell'urgenza del trattamento. In particolare, vengono identificati come "codice verde" i pazienti meno gravi, e come "codice rosso" quelli più gravi. I pazienti con codice verde arrivano come generati da un processo di Poisson con frequenza media pari 1.5 arrivi/ora, mentre quelli con codice rosso arrivano come generati da un processo di Poisson con frequenza media pari 0.5 arrivi/ora, indipendente dal precedente. Nel pronto soccorso sono sempre presenti tre medici. Ciascun medico visita un paziente alla volta. La durata della visita di un paziente con codice verde segue una distribuzione esponenziale con valore atteso 30 minuti, mentre la durata della visita di un paziente con codice rosso segue anch'essa una distribuzione esponenziale con valore atteso 1 ora. All'arrivo di un paziente con codice rosso, in mancanza di medici disponibili, uno dei medici impegnati con un paziente "codice verde" (se esiste) ne sospende la visita per occuparsi del nuovo arrivato con codice rosso. La visita del paziente con codice verde interrotta viene ripresa quando un medico si rende disponibile e non ci sono pazienti con codice rosso in attesa. Si suppone che all'apertura del pronto soccorso non ci siano pazienti in attesa.

1. Descrivere il sistema mediante un automa a stati stocastico, del quale si chiede di fornire la sestupla $(\mathcal{E}, \mathcal{X}, \Gamma, f, x_0, F)$.
2. Noto che nel pronto soccorso sono presenti due pazienti con codice rosso e uno con codice verde, calcolare la probabilità che arrivi un cliente con codice rosso e subito dopo un medico termini una visita.
3. Noto che nel pronto soccorso sono presenti due pazienti con codice rosso e uno con codice verde, calcolare la probabilità che nell'arco di un'ora non arrivino nuovi pazienti e il pronto soccorso si svuoti.
4. Calcolare la probabilità che il quarto paziente con codice rosso arrivato dall'apertura debba attendere per essere visitato.

Esercizio 3

Quattro fratelli di età differente giocano a tirarsi la palla. Il più grande la lancia con uguale probabilità agli altri tre. I due intermedi se la lanciano con uguale probabilità tra sé o al fratello più piccolo. Il più piccolo la trattiene, e ferma il gioco.

1. Descrivere il gioco mediante una catena di Markov omogenea a tempo discreto.
2. Calcolare quanto tempo dura in media il gioco se ad iniziarlo è il fratello maggiore.