Esame di Sistemi ad Eventi Discreti - 14.09.2012

Esercizio 1

Un ufficio di una compagnia di assicurazioni riceve in media 12000 nuove pratiche all'anno. In ciascun momento dell'anno, ci sono mediamente 480 pratiche in fase di lavorazione nell'ufficio. L'ufficio lavora per 50 settimane all'anno.

1. Calcolare il tempo di lavorazione medio (espresso in settimane) di una pratica, giustificando il procedimento seguito alla luce dei risultati noti sulla teoria delle code.

Esercizio 2

Un casello autostradale è abilitato al pagamento sia con contante che con bancomat. Gli automobilisti che pagano in contanti arrivano al casello come generati da un processo di Poisson con frequenza media di 0.5 arrivi al minuto; gli automobilisti che invece pagano con bancomat arrivano al casello come generati da un processo di Poisson indipendente dal primo e con frequenza media di 0.1 arrivi al minuto. I tempi di servizio al casello seguono distribuzioni esponenziali con tempi medi di servizio pari a 2 minuti per gli automobilisti che pagano in contanti, e 1 minuto per gli automobilisti che pagano con bancomat. Si consideri che inizialmente il casello è vuoto.

1. Descrivere il sistema mediante un automa a stati stocastico, del quale si chiede di fornire la sestupla $(\mathcal{E}, \mathcal{X}, \Gamma, f, x_0, F)$.
2. Nel caso in cui al casello venga servito un automobilista che paga con bancomat, calcolare la probabilità che arrivi un altro automobilista prima che quello al casello venga servito.
3. Nel caso in cui al casello venga servito un automobilista che paga con bancomat, calcolare la probabilità che arrivino soltanto due automobilisti che pagano in contanti prima che quello al casello venga servito.
4. Nel caso in cui il casello sia vuoto, determinare il tempo medio di attesa prima che arrivi un cliente.

Esercizio 3

Un'urna che può contenere al massimo quattro palline, contiene inizialmente una pallina blu e una rossa. Si procede a una serie di estrazioni, e il gioco termina quando non ci sono più palline blu nell'urna oppure l'urna è piena. A ogni estrazione si procede nel seguente modo: se viene estratta una pallina blu, questa viene tolta dall'urna e si procede con una nuova estrazione; se viene estratta una pallina rossa, questa viene reinserita nell'urna e si aggiunge nell'urna una nuova pallina blu.

1. Calcolare la probabilità che il gioco termini in al più cinque estrazioni.
2. Calcolare la probabilità che l'urna si riempia di palline in esattamente quattro estrazioni.
3. Definito un modello Markoviano del gioco, esiste la densità di probabilità a regime degli stati? Se esiste, è indipendente dalla condizione iniziale?