Esame di Sistemi ad Eventi Discreti - 26.07.2012

Esercizio 1

Un sistema di diagnostica si può trovare in tre stati. Nello stato OK, il sistema non sta rilevando malfunzionamenti. Nello stato WARNING il sistema ha rilevato un malfunzionamento. In tal caso, viene attivata una procedura rapida di ripristino che può andare a buon fine in un tempo aleatorio distribuito uniformemente tra 10 e 40 secondi. Se la procedura rapida rimuove la causa del malfunzionamento entro 30 secondi, il sistema ritorna nello stato OK, altrimenti entra nello stato ALARM, nel quale viene attivata la procedura completa di ripristino che ha durata aleatoria distribuita esponenzialmente con valore atteso 2 minuti. Quando il problema viene risolto definitivamente, il sistema ritorna nello stato OK.

1. Calcolare la probabilità che il sistema ritorni nello stato OK senza passare dallo stato ALARM.
2. Se il sistema entra nello stato ALARM, calcolare il tempo medio trascorso dal sistema fuori dallo stato OK.
3. Noto che il sistema è appena entrato nello stato WARNING, calcolare la probabilità che esso entri nello stato ALARM e poi ritorni nello stato OK in al più un minuto.

Esercizio 2

In una coda di servizio costituita da un unico servente e da uno spazio di accodamento di capacità infinita, i tempi di interarrivo non sono ugualmente distribuiti. In particolare, se la lunghezza della coda è n, la durata di vita del prossimo evento di arrivo segue una distribuzione esponenziale con tasso $\lambda/(n+1)$, con $\lambda = 1$ arrivo/minuto. I tempi di servizio seguono tutti una distribuzione di probabilità esponenziale con tasso μ servizi/minuto.

1. Determinare il minimo valore di μ tale che la probabilità a regime che la lunghezza della coda non ecceda le tre unità, non scenda sotto 0.9 (si ricordi che $e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!}$ per ogni x).

Esercizio 3

Un robot mobile si muove in maniera casuale lungo un percorso circolare suddiviso in tre settori. A ogni istante di campionamento il robot decide con probabilità p di muoversi in senso orario, e con probabilità $1-p$ di muoversi in senso antiorario. In un intervallo di campionamento il robot percorre la lunghezza di un settore.

1. Studiare la probabilità a regime che il robot si trovi in ciascun settore al variare di $p \in [0, 1]$.

Si ponga $p = 1/3$.

2. Scelto un settore iniziale, calcolare il numero medio di intervalli di tempo necessari al robot per ritornarvi.
3. Scelto un settore iniziale, calcolare la probabilità che il robot vi ritorni in al più cinque intervalli di tempo.
4. Scelti due settori consecutivi con probabilità 1/3 e 2/3 in senso orario, calcolare la probabilità che il robot non visiti il terzo settore prima di quattro intervalli di tempo.