

Esame di Sistemi ad Eventi Discreti - 28.02.2012

Esercizio 1 (recupero prima parte)

Una stazione di lavorazione è formata da una macchina preceduta da un magazzino di capacità pari a due posti. La macchina può lavorare a due velocità, dipendenti dallo stato della coda:

$$Z = \begin{cases} 3 & \text{se } X = 1, 2 \\ 2 & \text{altrimenti,} \end{cases}$$

dove Z , espresso in minuti, è la durata della lavorazione di un pezzo, che viene programmata al momento di iniziare la lavorazione, e X è la lunghezza della coda al momento di iniziare la lavorazione. Si suppone che la stazione di lavorazione sia inizialmente vuota, e che i primi 10 pezzi grezzi arrivino alla stazione di lavorazione agli istanti specificati in tabella (espressi in minuti):

| | | | | | | | | | | |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|------|------|
| i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| t_i | 0.5 | 1.2 | 2.8 | 4.0 | 4.5 | 6.8 | 9.2 | 11.0 | 12.4 | 15.0 |

Supponendo che dopo il decimo pezzo non arrivino più pezzi fino allo svuotamento della stazione di lavorazione:

1. Determinare il tempo medio di lavorazione dei primi dieci pezzi.
2. Determinare la frequenza media dei primi 10 pezzi in uscita dal sistema.

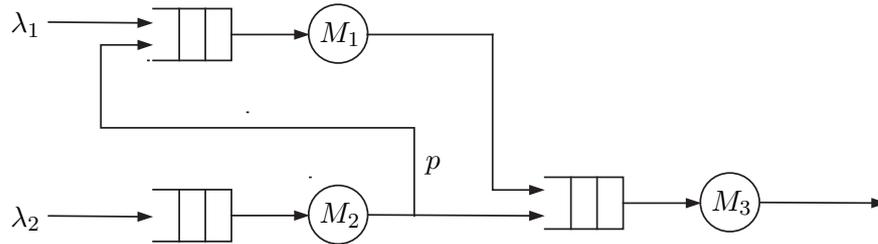
Esercizio 2 (esame completo/recupero prima parte)

Una stazione di lavorazione è formata da una macchina preceduta da un magazzino di capacità unitaria. La macchina ha due possibili configurazioni, dette A e B , nelle quali i tempi di lavorazione seguono distribuzioni esponenziali con valori attesi 5 e 8 minuti, rispettivamente. I pezzi grezzi arrivano alla stazione di lavorazione come generati da un processo di Poisson con tasso 6 arrivi/ora. Le riconfigurazioni della macchina avvengono per effetto di un segnale r generato da un processo di Poisson con tasso 5 riconfigurazioni/ora. Se all'arrivo del segnale r la macchina sta lavorando un pezzo, la riconfigurazione avviene al termine della lavorazione in corso. Durante la lavorazione di un pezzo, si accetta al massimo un segnale di riconfigurazione. La riconfigurazione si suppone istantanea.

1. Fornire una descrizione formale del sistema mediante un automa a stati stocastico, supponendo che all'istante iniziale il sistema sia vuoto e le configurazioni della macchina siano equiprobabili.
2. Noto che il sistema è vuoto e la macchina è configurata al tasso più veloce, calcolare la probabilità che il sistema si riempia completamente senza che la macchina termini alcuna lavorazione e subisca riconfigurazioni, e poi si svuoti prima che si verifichino nuovi arrivi, terminando con la macchina configurata al tasso più lento.
3. Noto che il sistema è pieno, la macchina lavora al tasso più veloce e non è programmata per la riconfigurazione, calcolare la durata media complessiva della lavorazione dei due pezzi presenti nel sistema.
4. Calcolare il numero medio complessivo di arrivi e riconfigurazioni in un'ora.

Esercizio 3 (esame completo/recupero seconda parte)

Si consideri la stazione di lavorazione in figura, dove ciascuna coda è di tipo M/M/1.



I pezzi grezzi arrivano alla stazione di lavorazione come generati da processi di Poisson con tassi $\lambda_1 = 2$ e $\lambda_2 = 3$ arrivi/minuto. Si indichino con $\mu_1 = 4.8$, μ_2 e $\mu_3 = 6$ lavorazioni/minuto i tassi delle distribuzioni esponenziali dei tempi di lavorazione in M_1 , M_2 e M_3 , rispettivamente, e con p la probabilità che un pezzo in uscita da M_2 venga instradato per la lavorazione in M_1 .

1. Determinare, se possibile, p e μ_2 in maniera tale che, a regime, le utilizzazioni delle tre macchine siano uguali.
2. Posto $p = 0.6$ e $\mu_2 = 3.6$, calcolare il tempo medio di soggiorno nel sistema di un generico pezzo a regime.

Esercizio 4 (esame completo/recupero seconda parte)

Tre libri, indicati con A, B e C, sono impilati uno sopra l'altro. A ogni prova, viene scelto un libro a caso in maniera equiprobabile, e viene posto al secondo posto se è il libro A, mentre viene posto in cima alla pila se è il libro B o C.

1. Supposto che la configurazione iniziale sia ACB (dall'alto verso il basso), calcolare la probabilità di raggiungere una configurazione con B in cima alla pila in al più cinque prove.
2. Data una configurazione di partenza, calcolare il numero medio di prove per riportare la pila di libri nella stessa configurazione.
3. Determinare se, a regime, esistono configurazioni più probabili.