Esame di Sistemi ad Eventi Discreti - 13.02.2012

Esercizio 1 (esame completo/recupero prima parte)

Un piccolo ufficio postale è dotato di due sportelli clienti, di cui uno è sempre aperto in orario di sportello, mentre il secondo apre solo se i clienti in attesa sono in numero superiore a uno. Per i primi dieci clienti in arrivo dall'apertura, sono riportati in tabella l'istante di arrivo t_i e il tempo di servizio z_i, $i = 1, \dots, 10$.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t_i	1.0	2.3	3.8	8.0	10.5	11.0	15.4	16.8	18.0	20.0
z_i	5.0	3.5	3.2	4.4	2.8	3.6	3.0	2.6	3.5	2.5

Supponendo che dopo il decimo cliente non arrivino più clienti fino allo svuotamento dell'ufficio:

1. Determinare il tempo medio di attesa dei primi dieci clienti.
2. Determinare la frazione di tempo in cui il secondo sportello è aperto nell'intervallo di tempo in cui vengono serviti i primi dieci clienti.

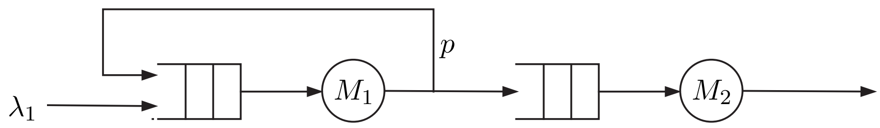
Esercizio 2 (recupero prima parte)

In un aeroporto ci sono tre banchi per il check-in e la consegna dei bagagli. I passeggeri arrivano a ciascun banco come generati da processi di Poisson indipendenti con tassi $\lambda_1 = 8$, $\lambda_2 = 6$ e $\lambda_3 = 9$ passeggeri/ora, rispettivamente. Si assume che il tempo necessario all'accettazione del bagaglio e all'emissione della carta d'imbarco a un generico passeggero sia descritto da una variabile aleatoria esponenziale con tempo medio di attesa 3 minuti. Si assume inoltre che ciascun passeggero possa consegnare al più un bagaglio, e che la probabilità che un generico cliente consegni un bagaglio sia $p = 3/4$. I bagagli consegnati a ciascuno dei banchi vengono condotti allo smistamento sequenziale verso gli aerei in partenza mediante un nastro trasportatore. Lo smistamento di un bagaglio richiede un tempo aleatorio che segue una distribuzione esponenziale con valor medio 1 minuto.

1. Fornire una descrizione formale del sistema mediante un automa a stati stocastico, supponendo che inizialmente il sistema sia vuoto (non ci sono né passeggeri né bagagli).
2. Supponendo che ci sia almeno un passeggero in coda ai primi due banchi per il check-in, e nessuno al terzo, e che ci sia almeno un bagaglio sul nastro trasportatore per lo smistamento, calcolare la probabilità che un bagaglio venga smistato prima che un passeggero termini il check-in.
3. Sotto le stesse ipotesi del punto precedente, calcolare la probabilità che il numero di bagagli allo smistamento rimanga invariato dopo il prossimo evento.
4. Supponendo che ci siano 20 bagagli allo smistamento, calcolare la probabilità che vengano smistati tutti entro 15 minuti.

Esercizio 3 (esame completo/recupero seconda parte)

Si consideri la stazione di lavorazione in figura, dove ciascuna macchina M_1 e M_2 dispone di spazio di accodamento di capacità infinita.



I pezzi grezzi arrivano alla stazione di lavorazione come generati da un processo di Poisson con tasso 11 arrivi/min. I pezzi lavorati da M_1 possono necessitare di essere rilavorati in M_1 con probabilità $p = 1/8$. In tal caso, vengono riaccodati nello spazio di accodamento di M_1. Si indichino con μ_1 e μ_2 i tassi delle distribuzioni esponenziali dei tempi di lavorazione in M_1 e M_2, rispettivamente.

1. Determinare μ_1 e μ_2 in maniera tale che, a regime, il numero medio di pezzi nella coda di M_1 sia uguale a quello nella coda di M_2, e il tempo medio trascorso da ciascun pezzo nella stazione di lavorazione sia inferiore ai 30 minuti.

Esercizio 4 (esame completo/recupero seconda parte)

La Protezione Civile mette a punto un piano per il soccorso di tre frazioni montane A, B e C in caso di forti nevicate. Una volta soccorsa la frazione di partenza, si sceglie la seconda frazione da soccorrere sulla base della maggiore facilità di raggiungerla. Dopodiché viene soccorsa la rimanente frazione. Sulla base dell'esperienza, è noto che soccorrere ciascuna delle tre frazioni richiede un numero di giorni descritto da una variabile aleatoria geometrica con probabilità di successo $q_A = 2/3$, $q_B = 1/2$ e $q_C = 3/5$, rispettivamente. E' noto inoltre che, partendo dalla frazione A, il 60% delle volte viene scelta B come seconda frazione da soccorrere, contro il 45% delle volte partendo da C. Partendo da B, il 55% delle volte viene scelta A come seconda frazione da soccorrere.

1. Determinare da quale frazione far partire i soccorsi in maniera tale da massimizzare la probabilità di soccorrere tutte le frazioni in al più 6 giorni.