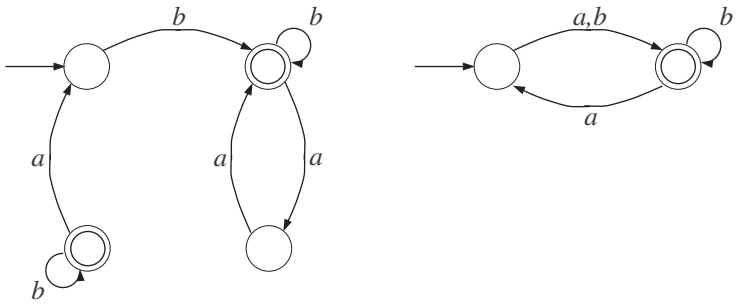
Esame di Sistemi ad Eventi Discreti - 21.09.2011

Esercizio 1

Si considerino i due automi a stati finiti rappresentati in figura, dove l'automa a sinistra non è completo.



1. Completare l'automa a sinistra in maniera tale che sia equivalente a quello a destra.
2. Scrivere un'espressione regolare che descriva il linguaggio accettato dai due automi.

Esercizio 2

Il nuovo direttore di un ufficio postale vuole migliorare il servizio offerto ai clienti cercando di ridurne il tempo medio di attesa. A tal fine, egli valuta due diverse opzioni per l'accesso dei clienti ai tre sportelli disponibili nell'ufficio:

a) i tre sportelli hanno ciascuno un proprio spazio di accodamento, e ogni nuovo cliente in arrivo sceglie uno dei tre sportelli in maniera equiprobabile;

b) i tre sportelli condividono lo stesso spazio di accodamento.

In prima approssimazione, si suppongano tutti gli spazi di accodamento di capacità infinita. I clienti arrivano all'ufficio postale secondo un processo di Poisson con tasso $\lambda = 0.1$ arrivi/minuto, mentre i tempi di servizio in ciascuno sportello sono indipendenti e identicamente distribuiti secondo una distribuzione esponenziale con tempo medio di servizio pari a $\mathrm{E}[Z] = 4$ minuti.

1. Ragionando in situazione di regime, quale opzione viene scelta dal direttore dell'ufficio? Motivare la risposta in termini quantitativi.

Esercizio 3

In un asilo ci sono cinque stanze allineate lungo un corridoio, e ai bambini viene proposto il seguente gioco. A ogni minuto, tutti i bambini che sono nella prima stanza si spostano nella seconda; i bambini che sono nella seconda, terza e quarta stanza si spostano con probabilità p nell'aula di destra e con probabilità $1-p$ in quella di sinistra; i bambini che sono nella quinta stanza possono decidere con uguale probabilità di stare fermi oppure spostarsi nella quarta stanza. Nell'asilo ci sono in totale 40 bambini.

1. Approssimare numericamente il valore di p che massimizza la frazione di bambini presenti a regime nella terza stanza.
2. Con il valore di p determinato al punto precedente, calcolare il numero di bambini presenti a regime nelle diverse stanze.