Esame di Sistemi ad Eventi Discreti - 27.07.2011

Esercizio 1 (esame completo/recupero prima parte)

Si consideri una cella per la verniciatura di lastre metalliche operata da un robot, con associato un magazzino. Il ciclo di funzionamento della cella è il seguente. Il robot preleva una lastra da un nastro trasportatore (si assuma che ci sia sempre disponibilità). Terminata questa operazione, viene effettuata la verniciatura/asciugatura. Se la verniciatura è difettosa, viene ripetuta. Altrimenti, la lastra viene deposta nel magazzino. Tipicamente, dopo questa operazione il robot torna a prelevare una nuova lastra dal nastro trasportatore, e ricomincia il ciclo. Ma può succedere che il robot torni dal magazzino con una lastra precedentemente verniciata, che deve essere riverniciata (può infatti succedere che una lastra si graffi nel processo di movimentazione e impilamento).

1. Modellizzare il funzionamento logico della cella mediante un automa a stati finiti, considerando come stato iniziale e unico stato finale quello di caricamento di una nuova lastra dal nastro trasportatore .
2. Descrivere il funzionamento logico della cella mediante un'espressione regolare.

Esercizio 2 (solo recupero prima parte)

Uno sportello clienti che dispone di un solo addetto e di una sala di attesa con 5 posti, apre alle ore 9:00, ma la porta della sala di attesa viene aperta già alle 8:30. I clienti arrivano come generati da un processo di Poisson con tasso $\lambda = 4$ arrivi/ora, mentre il tempo di servizio allo sportello segue una distribuzione uniforme nell'intervallo [10,30] minuti.

1. Modellizzare il sistema descritto a partire dall'apertura dello sportello mediante un automa a stati stocastico, di cui si chiede di specificare tutti gli elementi della sestupla.
2. Calcolare la probabilità che il secondo cliente in arrivo dopo l'apertura dello sportello trovi almeno un posto libero in sala di attesa.

Esercizio 3 (esame completo/recupero seconda parte)

Una stazione di lavorazione priva di spazio di accodamento è formata da due macchine M_1 e M_2. La macchina M_1 opera la modellazione a caldo di un pezzo, mentre la macchina M_2 opera la ripulitura dopo la modellazione a caldo. Una frazione $p = 3/4$ dei pezzi lavorati nella stazione non richiede tuttavia ripulitura. I pezzi arrivano alla stazione di lavorazione come generati da un processo di Poisson con tasso $\lambda = 1$ arrivo/minuto, e vengono respinti se M_1 è occupata. Quando M_1 termina la modellazione a caldo di un pezzo e questo richiede ripulitura, M_1 trattiene il pezzo se M_2 è occupata, fino a quando M_2 si libera. I tempi di lavorazione in M_1 e M_2 seguono distribuzioni esponenziali con durate medie 2 e 4 minuti, rispettivamente

1. Scrivere l'espressione a regime del μ_{eff} della stazione di lavorazione, verificando numericamente l'uguaglianza con il λ_{eff}.
2. Determinare, giustificandola con il ragionamento e verificandola numericamente, la relazione a regime tra il λ_{eff} della stazione di lavorazione e quello della sola M_2.

3. Verificare numericamente la legge di Little per M_1, dando una spiegazione del risultato trovato.

(solo esame completo)

4. Noto che M_1 è libera mentre M_2 è occupata, calcolare la probabilità che il secondo pezzo in arrivo venga respinto.

Esercizio 4 (esame completo/recupero seconda parte)

Un nodo di comunicazione riceve messaggi costituiti da sequenze di byte. La lunghezza L di un generico messaggio (in Kbyte) è una variabile aleatoria geometrica con parametro $q = 2/3$, ossia $P(L = n) = (1 - q)^{n-1}q$, $n = 1, 2, \ldots$. Il nodo dispone di un buffer che può contenere al più due messaggi in attesa di trasmissione (indipendentemente dalla loro lunghezza), e trasmette su una linea dedicata con capacità di canale costante pari a 1000 Kbyte/s. Nel periodo di tempo necessario a trasmettere un singolo Kbyte, può arrivare al nodo al più un nuovo messaggio con probabilità $p = 3/5$. Se il buffer è pieno, il messaggio in arrivo viene rifiutato. Si assume che inizialmente il sistema (nodo + linea di trasmissione) sia vuoto.

1. Calcolare la probabilità che dopo 5 ms dall'istante iniziale, ci siano due messaggi nel sistema, di cui uno in trasmissione e l'altro in attesa di trasmissione.

2. Calcolare il numero medio a regime di messaggi nel sistema.