

Esercizio 1 (esame completo/recupero prima parte)

Il funzionamento logico di un ascensore può essere schematicamente descritto nel modo seguente. L'ascensore si trova fermo a un piano a porte aperte (stato di attesa). Quando arriva una richiesta di movimento a un altro piano, comincia la chiusura delle porte. Se durante la chiusura arriva un segnale dalla fotocellula posta sulle porte, per motivi di sicurezza le porte vengono riaperte, dopodiché l'ascensore si pone di nuovo in stato di attesa. Se invece le porte si chiudono correttamente, l'ascensore si mette in movimento. Arrivato al piano di destinazione, effettua l'apertura delle porte, terminata la quale l'ascensore si pone di nuovo in stato di attesa.

1. Modellizzare il funzionamento logico dell'ascensore mediante un automa a stati finiti, considerando come stato iniziale e unico stato finale quello di attesa.
2. Descrivere il funzionamento logico dell'ascensore mediante un'espressione regolare.

Esercizio 2 (solo recupero prima parte)

Una stazione di lavorazione è costituita da una macchina preceduta da un buffer di capacità unitaria. La macchina può lavorare pezzi di tipo 1 e tipo 2, e deve essere riconfigurata quando il pezzo successivo è di tipo diverso dall'ultimo lavorato. I tempi di lavorazione seguono distribuzioni esponenziali con valori attesi 1 min e 48 sec per i pezzi di tipo 1 e di tipo 2, rispettivamente. I pezzi arrivano alla stazione di lavorazione come generati da processi di Poisson con tassi $\lambda_1 = 4$ arrivi/min per il tipo 1 e $\lambda_2 = 5$ arrivi/min per il tipo 2.

Il management pensa a una strategia per ridurre il numero di riconfigurazioni, e decide che la stazione di lavorazione accetti solo pezzi del tipo in lavorazione, mentre le riconfigurazioni vengano effettuate solo quando la stazione di lavorazione si svuota. Dunque se, per esempio, la macchina è configurata per i pezzi di tipo 1 e la stazione di lavorazione si svuota di pezzi di tipo 1, la macchina viene riconfigurata e dal quel momento vengono accettati solo pezzi di tipo 2, fino a quando la stazione di lavorazione si svuota nuovamente, la macchina viene riconfigurata, e così via. Si assuma che la riconfigurazione, che ha durata aleatoria, venga sempre completata nell'intervallo di tempo in cui la stazione di lavorazione rimane vuota. I pezzi in arrivo che non possono essere accettati vengono respinti.

1. Modellizzare la stazione di lavorazione mediante un automa a stati stocastico, assumendo che il primo tipo di pezzo accettato dalla stazione di lavorazione sia deciso dal primo pezzo in arrivo.
2. Calcolare la probabilità che il primo tipo di pezzo accettato dalla stazione di lavorazione sia il tipo 1.
3. Noto che la stazione di lavorazione è vuota ed è stata riconfigurata per accettare pezzi di tipo 2, calcolare la probabilità che venga di nuovo riconfigurata dopo aver lavorato esattamente tre pezzi.
4. Determinare un limite superiore per il valore atteso dei tempi di riconfigurazione della macchina.

Esercizio 3 (esame completo/recupero seconda parte)

Si consideri la descrizione della stazione di lavorazione data nell'Esercizio 2.

1. Calcolare l'utilizzazione a regime della macchina.
2. Calcolare la durata media a regime di una generica lavorazione nella macchina.

(solo esame completo)

3. Calcolare la probabilità richiesta al punto 3 dell'Esercizio 2.

(solo recupero seconda parte)

3. Verificare numericamente la condizione $\lambda_{\text{eff}} = \mu_{\text{eff}}$ a regime.

Esercizio 4 (esame completo/recupero seconda parte)

Una compagnia di assicurazione per auto ha predisposto 5 classi di merito, numerate da 0 (la classe migliore) a 4 (la classe peggiore). Un automobilista stipula una polizza con la compagnia, partendo dalla quarta classe. Ogni anno, nel caso in cui non abbia causato sinistri, l'automobilista avanza di una classe di merito. Viceversa, retrocede di una classe per ogni sinistro causato.

L'automobilista in oggetto ogni anno causa nessuno, uno o due sinistri con probabilità $1/2$, $3/8$ e $1/8$, rispettivamente. D'altra parte, ciascun sinistro causato risulta con probabilità $3/4$ di lieve entità, per cui l'automobilista decide di risarcire il danno personalmente senza far intervenire l'assicurazione, evitando così di retrocedere di una classe di merito.

1. Calcolare in quale classe di merito l'automobilista si troverà con maggiore probabilità a regime.
2. Calcolare la probabilità che l'automobilista resti in classe 0 per almeno 5 anni consecutivi.
3. Calcolare la probabilità che l'automobilista raggiunga la classe 0 in esattamente 5 anni dalla stipula della polizza.