

II prova in itinere di Sistemi ad Eventi Discreti - 17.06.2011

Esercizio 1

Gli alberi di una foresta protetta ricadono in quattro gruppi di età: 0 (da 0 a 14 anni); 1 (da 15 a 29 anni); 2 (da 30 a 44 anni); 3 (da 45 anni in poi). La strategia di rimboschimento della foresta prevede di monitorare la popolazione di alberi a intervalli di 15 anni. In ciascun intervallo, una certa percentuale di individui in ciascun gruppo muore. Tutti gli alberi morti vengono rimpiazzati con alberi nel gruppo 0 in modo da ripristinare il numero iniziale. Siano $p_0 = 10\%$, $p_1 = 20\%$, $p_2 = 30\%$ e $p_3 = 40\%$ le percentuali di individui che muoiono in ciascun gruppo.

1. Modellizzare il processo di invecchiamento e rimboschimento della foresta mediante una catena di Markov omogenea a tempo discreto, definendo come stato $X(t)$ della catena il gruppo di età a cui appartiene un generico individuo nel t -esimo intervallo di 15 anni. Si osservi che strategia di rimboschimento consente di far “ricomparire” un albero morto nella classe 0, all’intervallo successivo, sotto forma di un nuovo albero.
2. Calcolare la probabilità che un individuo muoia a un’età compresa tra 75 e 89 anni.
3. Determinare la frazione di individui a regime in ciascun gruppo di età.
4. Calcolare quanto vive in media un albero, considerando che, nel modello definito al punto 1, la vita di un generico individuo inizia e termina nello stato 0.

Esercizio 2

Una stazione di lavorazione è composta da una macchina assemblatrice A preceduta da un buffer B di capacità unitaria. La macchina A può contenere due parti, che vengono assemblate quando sono entrambe disponibili. L’assemblaggio di due parti origina un *pezzo*. Si assume che le parti giungano alla stazione di lavorazione come generate da un processo di Poisson con tasso λ arrivi/minuto, e vengano respinte se la stazione di lavorazione è piena. La durata di un’operazione di assemblaggio è una variabile aleatoria esponenziale con tasso μ assemblaggi/minuto.

1. Determinare il minimo intero $\rho = \lambda/\mu$ che determina un’utilizzazione a regime della macchina A non inferiore al 90%.
2. Con il valore di ρ calcolato al punto precedente, determinare i valori di λ e μ che permettono di avere una produzione media a regime di pezzi pari a 5 pezzi/minuto.
3. Con i valori di λ e μ calcolati ai punti precedenti, determinare il tempo medio di attesa a regime di una generica parte nel buffer B .
4. Con i valori di λ e μ calcolati ai punti precedenti, verificare la condizione di bilanciamento dei flussi a regime ($\lambda_{eff} = \mu_{eff}$), esprimendo sia λ_{eff} che μ_{eff} come parti/minuto (si ricordi che un pezzo in uscita è composto da due parti...).