I Prova in itinere di Sistemi ad Eventi Discreti - 13.05.2011

Esercizio 1

Il sistema di allarme di un appartamento è dotato di un tastierino numerico situato all'ingresso. Il tastierino serve a digitare un codice di sicurezza di tre cifre. Quando l'allarme è attivo, e viene aperta la porta di ingresso, parte un timer T_1 di 30 secondi. Se il codice corretto non viene digitato entro lo scadere di T_1 , scatta l'allarme. Come ulteriore sicurezza, ogni volta che viene digitata una cifra, parte un timer T_2 di 5 secondi. Se una nuova cifra non viene digitata prima dello scadere di T_2 , il sistema annulla la sequenza fino ad allora inserita, e si rimette in attesa del codice completo (*reset*). Il *reset* viene anche effettuato quando viene inserita una cifra errata. Quando viene completato il codice corretto, l'allarme viene disattivato.

1. Costruire un automa a stati finiti con numero minimo di stati che modellizzi il funzionamento del sistema d'allarme, dato che il codice impostato dall'utente è 583. Si consideri come unico stato finale quello in cui l'allarme è disattivato. Per semplicità, si assuma inoltre che le uniche cifre digitabili siano quelle che formano il codice.
2. Scrivere un'espressione regolare per l'automa a stati finiti costruito al punto 1.

Esercizio 2

Si consideri il sistema d'allarme descritto nell'Esercizio 1, e si assuma che il tempo che impiega l'utente a pensare e digitare una cifra segua una distribuzione uniforme nell'intervallo $[3, 6]$ secondi. Si assuma inoltre che, a ogni inserimento, sia $p = 3/4$ la probabilità di aver digitato la cifra corretta nella sequenza.

1. Costruire un automa a stati temporizzato stocastico per il sistema descritto.
2. Calcolare la probabilità che l'utente disattivi l'allarme digitando solo tre cifre.

Esercizio 3

Lo studio di un medico di famiglia dispone di una sala d'attesa con due soli posti. Un paziente che arriva e trova la sala d'attesa piena, è costretto a ritornare in un altro momento. Un paziente in attesa è disposto ad attendere un tempo massimo per essere ricevuto dal medico. Se non viene ricevuto entro tale tempo, il paziente se ne va, rinunciando alla visita.

1. Dato che lo studio all'apertura è vuoto; il primo paziente arriva dopo 2 minuti dall'apertura e gli altri a intervalli di 1.5, 1, 2, 3, 3.5, 1, 1.5 minuti; la visita del primo paziente richiede 10 minuti; i tempi che i primi 5 pazienti ammessi nello studio e posti in attesa sono disposti ad attendere ammontano a 6.5, 3.0, 5, 3.5, 4.2 minuti, determinare quanti pazienti rinunciano alla visita durante la visita del primo paziente.

Si supponga che gli arrivi di pazienti allo studio avvengano come generati da un processo di Poisson con tasso 0.2 arrivi/minuto, e che la durata di una visita segua una distribuzione esponenziale con

valore atteso 8 minuti. Si supponga inoltre che il tempo massimo di attesa accettabile da ciascun paziente segua una distribuzione esponenziale con valore atteso 10 minuti.

1. Costruire un automa a stati temporizzato stocastico per il sistema descritto.
2. Noto che lo studio è pieno, calcolare la probabilità che il prossimo paziente in arrivo possa essere ammesso nello studio.
3. Noto che lo studio è pieno, calcolare la probabilità che entrambi i pazienti in attesa rinuncino alla visita.
4. Noto che lo studio è pieno, calcolare la probabilità che in 8 minuti la visita in corso non termini ed entrambi i pazienti in attesa rinuncino alla visita.