

## Esame di Sistemi ad Eventi Discreti - 16.02.2011

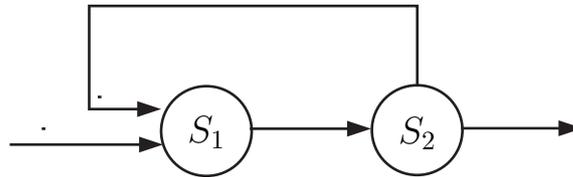
### Esercizio 1

Si consideri l'espressione regolare  $\alpha = a^*c + a(bc^*)^*a$ , e si indichi con  $\mathcal{L}(\alpha)$  il linguaggio regolare descritto da  $\alpha$ .

1. Determinare un automa a stati finiti con numero minimo di stati che accetta  $\mathcal{L}(\alpha)$ .

### Esercizio 2

In un ufficio amministrativo, le pratiche sono prima analizzate da un addetto  $S_1$ , e poi verificate dal responsabile  $S_2$  dell'ufficio, il quale, in presenza di vizi di forma, può rimandarle a  $S_1$ . In questo caso, il procedimento ricomincia daccapo. Per motivi procedurali, se  $S_1$  e  $S_2$  si devono scambiare una pratica, e uno dei due è impegnato, l'altro attende che il primo si liberi, senza cominciare l'analisi di una nuova pratica. In prima approssimazione, il funzionamento dell'ufficio può dunque essere rappresentato come in figura:



dove  $S_1$  e  $S_2$  sono rappresentati come due serventi privi di spazio di accodamento. La presentazione di pratiche all'ufficio è modellata da un processo di Poisson con tempo medio di interarrivo pari a 1 ora. Se una pratica arriva e  $S_1$  non è disponibile, la pratica viene rimandata indietro. I tempi di analisi delle pratiche seguono una distribuzione esponenziale con tasso 2 pratiche/ora per entrambi i serventi. La probabilità che il responsabile dell'ufficio rilevi un vizio di forma in una pratica è  $p = 1/2$ . I tempi di scambio delle pratiche si assumono trascurabili.

1. Modellare l'ufficio mediante un automa a stati stocastico  $(\mathcal{E}, \mathcal{X}, \Gamma, p, x_0, F)$ , supponendo l'ufficio vuoto all'apertura.
2. Noto che  $S_1$  e  $S_2$  stanno entrambi analizzando delle pratiche, calcolare la probabilità che almeno uno dei due debba aspettare l'altro per passargli la pratica.
3. Calcolare la durata media degli intervalli in cui sia  $S_1$  che  $S_2$  analizzano una pratica.
4. Calcolare, se esiste, la probabilità a regime che almeno uno tra  $S_1$  e  $S_2$  aspetti l'altro per passargli la pratica.
5. Calcolare il numero medio orario di pratiche da analizzare che  $S_1$  riceve effettivamente a regime.

### Esercizio 3

Un addetto preleva pezzi a caso da una scatola contenente 3 pezzi di tipo A e 5 pezzi di tipo B, e li mette da parte per farli lavorare da una macchina. La macchina comincia la lavorazione quando sono disponibili due pezzi dello stesso tipo.

1. Modellare il processo che porta all'inizio della prima lavorazione mediante una catena di Markov a tempo discreto omogenea.
2. Calcolare il valore atteso del numero di prelievi di pezzi necessari per far partire la prima lavorazione della macchina.
3. Supponendo che, terminata la lavorazione, venga ripristinata la situazione iniziale di pezzi nella scatola, si può ancora modellare il processo mediante una catena di Markov a tempo discreto omogenea? In caso affermativo, esiste la densità di probabilità stazionaria degli stati? Motivare la risposta.