

Esame di Sistemi ad Eventi Discreti - 23.09.2010

Esercizio 1

Si consideri una coda di servizio $M/D/1/2$, inizialmente vuota, nella quale i clienti arrivano come generati da un processo di Poisson con tasso $\lambda = 1$ arrivo/min, e i tempi di servizio hanno durata costante pari a $t_s = 3$ min.

1. Noto che un cliente arriva all'istante $t = 4$ min, calcolare la probabilità che trovi la coda di servizio vuota.

Esercizio 2

Un salone di parrucchiere possiede 2 poltrone per il taglio e 2 addetti al taglio. I clienti arrivano come generati da un processo di Poisson con tasso 3 arrivi/ora. Il generico cliente è con probabilità $p = 1/3$ di sesso maschile. La durata di un taglio di capelli è indipendente dall'addetto, ma dipende dal sesso del cliente. Segue una distribuzione esponenziale con valor medio uguale a 20 minuti per gli uomini, e uguale a 45 minuti per le donne. Dato che il salone non dispone di sala di attesa, un cliente in arrivo quando tutte le poltrone sono occupate decide di rinunciare al taglio di capelli.

1. Modellare il salone di parrucchiere mediante un automa a stati stocastico $(\mathcal{E}, \mathcal{X}, \Gamma, p, x_0, F)$, supponendo il salone vuoto all'apertura.
2. Calcolare la probabilità che il terzo cliente che arriva debba rinunciare al taglio di capelli.
3. Calcolare la probabilità che in un'ora arrivino esattamente tre clienti di sesso maschile (il numero di clienti di sesso femminile è imprecisato).
4. Ipotizzando che il salone sia aperto per 8 ore al giorno, e che sia stata raggiunta la situazione di regime, calcolare il numero medio di clienti che giornalmente frequentano il salone.

Esercizio 3

Tre giocatori sono seduti intorno ad un tavolo tondo. Il giocatore che ha in mano il turno del gioco lancia contemporaneamente tre monete. Se escono almeno due teste, il giocatore mantiene il turno; se escono due croci, passa il turno al giocatore alla sua destra, altrimenti passa il turno al giocatore alla sua sinistra.

1. Modellare il gioco mediante una catena di Markov a tempo discreto omogenea.
2. Calcolare la probabilità che dopo otto serie di lanci il turno non sia in mano al giocatore che ha cominciato il gioco.
3. Calcolare per quanto tempo un giocatore tiene mediamente in mano il turno.
4. E' unica la densità di probabilità dello stato a regime? Giustificare la risposta. Se la risposta è affermativa, determinare tale densità. Altrimenti, determinare due condizioni iniziali per le quali le probabilità dello stato "a regime" siano diverse.