Esame di Sistemi ad Eventi Discreti - 10.09.2010

Esercizio 1

Si consideri un circuito logico con ingresso binario 0/1 che, in ciascuno stato, restituisce in uscita il penultimo bit in ingresso.

1. Costruire un automa a stati finiti con numero minimo di stati che modelli il funzionamento del circuito logico, assumendo che i primi due bit in uscita siano 0.

Esercizio 2

Una piccola officina dispone di due linee di riparazione, una dedicata alle automobili e una dedicata ai furgoni. Per motivi di spazio, solo la linea dedicata alle automobili può ospitare, oltre al veicolo in riparazione, anche un ulteriore veicolo in attesa di riparazione, mentre la linea dedicata ai furgoni può ospitare solo il veicolo in riparazione. Automobili e furgoni giungono all'officina come generati da processi di Poisson indipendenti con tassi $\lambda_a = 4$ arrivi/giorno e $\lambda_f = 2$ arrivi/giorno, rispettivamente. Se non c'è posto nelle rispettive linee di riparazione, i veicoli vengono dirottati su un'altra officina. I tempi di riparazione delle automobili seguono una distribuzione esponenziale con tasso $\mu_a = 3$ riparazioni/giorno, mentre i tempi di riparazione dei furgoni seguono una distribuzione esponenziale con tasso $\mu_f = 1.5$ riparazioni/giorno.

1. Modellare il sistema mediante un automa a stati stocastico $(\mathcal{E}, \mathcal{X}, \Gamma, f, x_0, F)$, assumendo che l'officina sia inizialmente vuota.
2. Noto che la linea di riparazione delle automobili è piena, mentre quella di riparazione dei furgoni è vuota, calcolare la probabilità che nel corso delle due ore successive non ci siano arrivi di veicoli da riparare, ed entrambe le automobili in riparazione siano riparate.
3. Calcolare la durata media degli intervalli di tempo in cui l'officina è piena.
4. Calcolare il valore atteso a regime del tempo di soggiorno di un generico veicolo nell'officina.

Esercizio 3

Un linea di trasmissione digitale mette in comunicazione una sorgente e un ricevitore. Sulla linea può transitare un solo pacchetto di dati alla volta. Il tempo di trasmissione di un pacchetto (espresso in intervalli di *clock*) è una variabile aleatoria T che segue la densità di probabilità $P(T = n) = (1 - q)q^{n-1}$, $n = 1, 2, 3, \ldots$, con $q = 3/4$. La linea dispone di un buffer che può contenere fino a un massimo di due pacchetti in attesa di essere trasmessi. In ogni intervallo di clock, la probabilità che la sorgente generi un pacchetto per la trasmissione è $p = 1/3$. Se la linea di trasmissione è occupata e il buffer è pieno, il pacchetto generato viene perso.

1. Calcolare il valore atteso a regime del numero di pacchetti in attesa di trasmissione.