Esame di Sistemi ad Eventi Discreti - 26.04.2010

Esercizio 1

Una stazione di lavorazione è composta da due macchinari M_1 e M_2 in parallelo, preceduti da un buffer B di capacità unitaria. M_1 lavora parti sia di tipo 1 che di tipo 2, mentre M_2 lavora solo parti di tipo 1. Quando sia M_1 che M_2 sono libere e la prossima parte da lavorare è di tipo 1, questa viene lavorata con probabilità $p = 1/3$ da M_1 . Se M_2 è libera e B è occupato da una parte di tipo 2, un'eventuale parte di tipo 1 in arrivo viene immediatamente ammessa alla lavorazione in M_2 . Infine, quando la stazione di lavorazione è piena, eventuali parti in arrivo vengono respinte. Si assuma che i processi degli arrivi dei due tipi di parti alla stazione di lavorazione siano processi di Poisson con tassi $\lambda_1 = 4$ e $\lambda_2 = 2$ arrivi/min, rispettivamente, e i tempi di lavorazione Z_1 e Z_2 dei due tipi di parti seguano distribuzioni esponenziali con valore atteso $E[Z_1] = 0.5$ e $E[Z_2] = 1$ min, rispettivamente.

1. Modellare la stazione di lavorazione mediante un automa a stati stocastico $(\mathcal{E}, \mathcal{X}, \Gamma, p, x_0, F)$, assumendo inizialmente la stazione vuota.
2. Calcolare $P(X_{k+2} = x | X_k = x)$, essendo k il contatore del numero di eventi e x lo stato in cui M_1 è libera, M_2 è occupata e B è libero.
3. Calcolare il tempo medio di soggiorno nello stato in cui ci sono tre parti di tipo 1 nella stazione di lavorazione.

Esercizio 2

Si consideri la stazione di lavorazione descritta nell'Esercizio 1, ma priva del buffer B .

1. Esiste la situazione di regime per il sistema di servizio considerato? Perché?
2. Calcolare il tempo medio di soggiorno a regime di una generica parte nella stazione di lavorazione.

Esercizio 3

Due accaniti giocatori di carte si sfidano a poker fino a che uno dei due giocatori ha vinto due partite di fila (non esiste parità). I risultati delle partite sono tra loro indipendenti. Per la diversa abilità dei due giocatori, in ogni singola partita la probabilità di vincita del primo è il doppio della probabilità di vincita del secondo.

1. Modellare il gioco mediante una catena di Markov omogenea a tempo discreto.
2. Calcolare la probabilità che il gioco duri esattamente 8 partite.
3. Calcolare la probabilità che il giocatore più abile vinca in al più 5 partite.