Esame di Sistemi ad Eventi Discreti - 12.02.2010

Esercizio 1 (esame completo/recupero prima parte)

Si consideri l'alfabeto $\mathcal{E} = \{a, b\}$, e si indichi con $\#a$ e $\#b$ il numero di caratteri a e b in una stringa costruita con l'alfabeto $\mathcal{E}$.

1. Costruire un automa a stati finiti con minimo numero di stati che accetti solo le stringhe in cui $(\#a \bmod 2) = (\#b \bmod 2)$. *Nota.* Si ricordi che $x \bmod 2$ è il resto della divisione intera di x per 2.

2. Determinare l'espressione regolare equivalente all'automa costruito al punto precedente.

Esercizio 2 (solo recupero prima parte)

Si consideri la stazione di lavorazione rappresentata in Fig. 1, e costituita da due macchine M_1 e M_2 in retroazione, prive di spazi di accodamento. Un pezzo lavorato in M_1 può risultare difettoso con probabilità $p = 1/4$. In questo caso, esso deve essere prima rettificato in M_2, e poi rilavorato in M_1. Dopo una rilavorazione in M_1, il pezzo può ancora risultare difettoso con probabilità p. Esso deve dunque passare attraverso la rettifica in M_2, ecc. Se M_1 ha terminato una lavorazione e il pezzo lavorato risulta difettoso, ma M_2 è occupata in una rettifica, M_1 trattiene il pezzo lavorato (situazione di blocco) fino a quando M_2 termina la rettifica in corso. Viceversa, se M_2 ha terminato una rettifica, ma M_1 è occupata in una lavorazione, M_2 trattiene il pezzo rettificato (situazione di blocco) fino a quando M_1 termina la lavorazione in corso. Un pezzo da lavorare che arriva dall'esterno quando M_1 non è libera, non viene accettato. Si assumano gli arrivi di pezzi alla stazione di lavorazione come generati da un processo di Poisson con parametro $\lambda = 0.1$ arrivi/min, e durate delle lavorazioni nelle macchine M_1 e M_2 che seguono distribuzioni esponenziali con tassi $\mu_1 = 0.2$ e $\mu_2 = 0.4$ lavorazioni/min, rispettivamente.

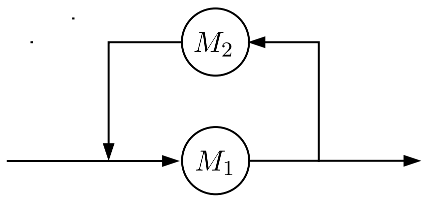

Figura 1: Stazione di lavorazione.

1. Modellare la stazione di lavorazione mediante un automa a stati stocastico $(\mathcal{E}, \mathcal{X}, \Gamma, p, x_0, F)$, assumendo inizialmente la stazione vuota.

2. Noto che entrambe le macchine sono occupate nelle rispettive lavorazioni, calcolare la probabilità che la macchina M_1 vada in blocco prima della macchina M_2.

3. Noto che entrambe le macchine sono occupate nelle rispettive lavorazioni, calcolare la probabilità che dopo il secondo prossimo evento esse si trovino nella medesima situazione corrente. *Nota.* ...ma non necessariamente dopo il prossimo evento!

4. Noto che M_1 è occupata in una lavorazione, e M_2 è libera, calcolare la probabilità che nell'arco di un'ora M_1 rimanga occupata ed esattamente 3 pezzi in arrivo alla stazione di lavorazione non siano accettati.

Esercizio 3 (esame completo/recupero seconda parte)

Si consideri la descrizione della stazione di lavorazione nell'Esercizio 2.

1. Modellare la stazione di lavorazione mediante una catena di Markov omogenea a tempo continuo, assumendo inizialmente la stazione vuota.
2. Calcolare l'utilizzazione a regime della macchina M_2.
3. Calcolare la probabilità a regime che un pezzo in arrivo non venga accettato nella stazione di lavorazione.

(solo esame completo)

4. Calcolare la probabilità richiesta al punto 2. dell'Esercizio 2.

Esercizio 4 (esame completo/recupero seconda parte)

Nella rete stradale tra i nodi A, B, C e D rappresentata in Fig. 2, la circolazione lungo i tratti di rete avviene solo nei sensi di marcia specificati. In corrispondenza dei nodi B e C, una frazione p dei veicoli viene indirizzata verso il nodo centrale D.

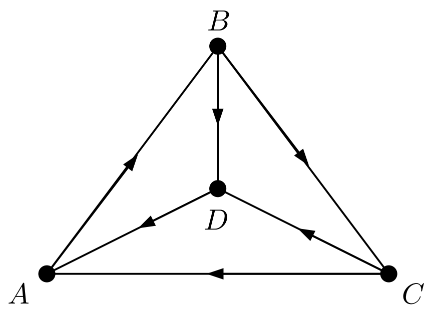

Figura 2: Rete stradale tra i nodi A, B, C e D.

1. Modellare la circolazione nella rete mediante una catena di Markov omogenea a tempo discreto.
2. Determinare il parametro p in modo da minimizzare la percentuale a regime di veicoli in transito sul tratto A-B.