

## Esame di Sistemi ad Eventi Discreti - 29.09.2009

### Esercizio 1

Costruire un automa a stati finiti con numero di stati minimo che riconosca il linguaggio definito dall'espressione regolare  $(a + c)(ba)^* + a(ba)^*a^*$ .

### Esercizio 2

Il seguente meccanismo modella l'evoluzione della popolazione di una certa specie. Sia  $X_k$  il numero totale di individui nella  $k$ -esima generazione,  $k = 0, 1, 2, \dots$ . L' $i$ -esimo individuo in una particolare generazione si comporta indipendentemente dagli altri individui, e può, nell'arco della sua vita, generare un numero casuale  $Y_i$  di individui, dove  $Y_i$  è una variabile aleatoria uniforme sull'insieme  $\{0, 1, 2\}$ . Se  $X_k \neq 0$  e  $X_{k+1} = 0$  (cioè  $Y_i = 0$  per ogni  $i$ ), allora si dice che la popolazione si è estinta dopo  $k + 1$  generazioni. Si assuma  $X_0 = 1$  e  $X_k \leq 4$  per ogni  $k$  (cioè il massimo numero di individui di una particolare generazione possa essere 4, per esempio a causa delle limitate possibilità di sostentamento).

- i)* Il processo stocastico  $\{X_k\}$  è una catena di Markov? In caso affermativo, è una catena di Markov omogenea? Giustificare la risposta.
- ii)* Calcolare la probabilità che la popolazione si estingua dopo quattro generazioni.
- iii)* Calcolare la probabilità che la popolazione rimanga in esistenza per più di tre generazioni.

### Esercizio 3

Una banca vuole determinare quanti bancomat installare all'ingresso di un centro commerciale, dove si stima che mediamente 40 clienti ogni ora intendono usare il servizio di prelievo contanti. Ogni prelievo richiede mediamente 1 minuto per essere eseguito. La banca fa pagare 2 Euro per ciascun prelievo. Osservando il comportamento dei clienti, risulta che, ogni qualvolta un cliente trova tutti i bancomat occupati, rinuncia al prelievo, rappresentando una perdita per la banca.

- i)* Assumendo gli arrivi dei clienti modellati da un processo di Poisson, e durate dei prelievi distribuite esponenzialmente, quanti bancomat deve prevedere la banca affinché la perdita oraria media si mantenga sotto 10 Euro?