Esame di Sistemi ad Eventi Discreti - 21.07.2009

Esercizio 1

Un sistema di lavorazione è costituito da un servente in grado di lavorare un solo pezzo alla volta, e da un buffer di attesa con capacità pari a 2 pezzi. Il sistema non accetta ulteriori pezzi in ingresso quando la macchina è occupata e il buffer è pieno. Nel caso di arrivo di un pezzo e terminazione di una lavorazione simultanei, il pezzo in arrivo viene ammesso al sistema. I pezzi arrivano in modo deterministico, con tempi di interarrivo costanti pari a $t_a = 1$ minuto. La macchina completa una lavorazione con un tempo di servizio deterministico e costante, pari a $t_s = 2$ minuti. Il sistema di lavorazione è inizialmente vuoto.

i) Determinare la percentuale di pezzi scartati a regime.

ii) Determinare il tempo medio di attesa nel buffer di un generico pezzo a regime.

iii) Determinare l'utilizzazione del servente a regime.

Esercizio 2

Il call-center di una compagnia assicurativa è dotato di 10 linee telefoniche, ma solo 3 operatori (quindi i clienti collegati in numero superiore a 3 sono posti in attesa). Le telefonate dei clienti arrivano al call-center secondo un processo di Poisson con frequenza media pari a 2 chiamate/minuto. Il tempo necessario a rispondere ai quesiti di un cliente è indipendente dall'operatore, ed è distribuito secondo una distribuzione esponenziale con durata media 20 minuti. Il call-center fornisce assistenza 24 ore su 24.

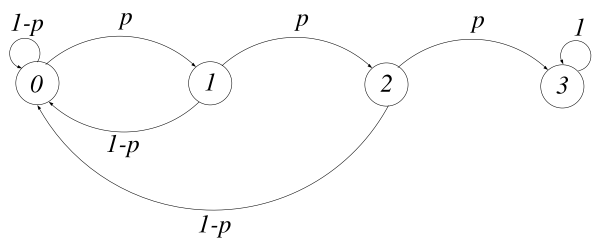
i) Modellare il sistema mediante un automa a stati temporizzato stocastico $(\mathcal{E}, \mathcal{X}, \Gamma, f, x_0, F)$, specificando in particolare Γ, f e x_0 attraverso un diagramma di transizione.

ii) Partendo dalla situazione di assenza di chiamate in servizio e in attesa, calcolare la probabilità che il quarto cliente debba attendere in linea prima di ricevere assistenza, ed il tempo medio di attesa in tal caso.

iii) Determinare una descrizione del sistema in termini di catena di Markov omogenea a tempo continuo.

Esercizio 3

Si consideri la catena di Markov omogenea a tempo discreto rappresentata dal diagramma di transizione in figura, dove $p \in (0, 1)$.



i) Calcolare le probabilità di ricorrenza in k passi $\rho_0^{(k)}$ dello stato 0. Lo stato 0 è ricorrente o transitorio? Perché?

ii) La catena di Markov considerata ammette distribuzione di probabilità stazionaria degli stati? In caso affermativo, determinare tale distribuzione.