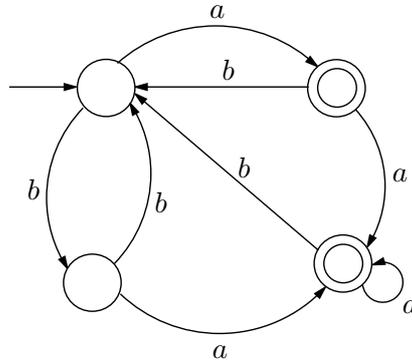


Esame di Sistemi ad Eventi Discreti - 08.01.2009

Esercizio 1 (esame completo/recupero prima parte)

Considerare l'automa a stati finiti in figura, definito sull'alfabeto $\mathcal{E} = \{a, b\}$:



- i)* Costruire un automa con numero minimo di stati equivalente all'automa dato.
- ii)* Determinare l'espressione regolare riconosciuta dall'automa.

Esercizio 2 (esame completo/recupero prima parte)

Una stazione di lavorazione è costituita da un buffer con capacità unitaria e da una macchina che può lavorare un pezzo alla volta. Un pezzo lavorato può risultare difettoso con probabilità $p = \frac{1}{8}$. Un pezzo difettoso dopo la prima lavorazione, viene immediatamente rilavorato. Se risulta nuovamente difettoso, viene scartato. I pezzi vengono portati uno alla volta alla stazione di lavorazione da un robot mobile dotato di braccio meccanico. Per eseguire questa operazione il robot impiega un tempo aleatorio che segue una distribuzione esponenziale con valore atteso $\frac{1}{\lambda} = 4$ minuti. L'arrivo di nuovi pezzi è sospeso quando la stazione di lavorazione è piena. Le durate delle singole lavorazioni seguono distribuzioni esponenziali con valore atteso $\frac{1}{\mu} = 2$ minuti.

- i)* Modellare il sistema come un automa a stati stocastico $(\mathcal{E}, \mathcal{X}, \Gamma, p, x_0, F)$, supponendo che la stazione di lavorazione sia inizialmente vuota.
- ii)* Noto che nel sistema c'è un solo pezzo, e tale pezzo è in lavorazione per la prima volta, calcolare la probabilità che il pezzo venga scartato prima dell'arrivo di un nuovo pezzo.
- iii)* Calcolare la distribuzione di probabilità del tempo Z che un generico pezzo trascorre nella macchina (inclusa l'eventuale rilavorazione).

Esercizio 3 (solo recupero seconda parte)

Una stazione di lavorazione è costituita da un buffer con capacità unitaria e da una macchina che può lavorare un pezzo alla volta. Un pezzo lavorato può risultare difettoso con probabilità $p = \frac{1}{8}$. Un pezzo difettoso dopo la prima lavorazione, viene immediatamente rilavorato. Se risulta nuovamente difettoso, viene scartato. I pezzi arrivano alla stazione di lavorazione come generati da un processo di Poisson con tasso $\lambda = 0.25$ pezzi/minuto. Se il sistema è pieno, il pezzo in arrivo viene respinto. Le durate delle lavorazioni seguono distribuzioni esponenziali con valore atteso $\frac{1}{\mu} = 2$ minuti.

- i)* Modellare il sistema come una catena di Markov a tempo continuo, supponendo che la stazione di lavorazione sia inizialmente vuota.
- ii)* Calcolare le probabilità a regime degli stati in cui c'è un pezzo in rilavorazione.
- iii)* Calcolare, giustificando la risposta con la teoria, la probabilità a regime che un pezzo in arrivo venga respinto.
- iv)* Determinare, applicando opportunamente la Legge di Little, il tempo medio $E[Z]$ che un generico pezzo trascorre nella macchina (inclusa l'eventuale rilavorazione).

Esercizio 4 (esame completo/recupero seconda parte)

Un giocatore lancia ripetutamente una moneta equilibrata, e vince se ottiene tre teste consecutive. Quando il giocatore vince, il gioco si interrompe.

- i)* Modellare il gioco come una catena di Markov a tempo discreto, specificando la definizione dello stato, la matrice delle probabilità di transizione a un passo, e la condizione iniziale del vettore delle probabilità degli stati.
- ii)* Classificare gli stati della catena in transitori, ricorrenti positivi e/o ricorrenti nulli.
- iii)* Il giocatore scommette sulla propria vincita in al più sei lanci. Calcolare la probabilità che il giocatore vinca la scommessa.
- iv)* Che cosa si può dire riguardo l'esito del gioco sul lungo periodo?