

I Prova in Itinere di Sistemi ad Eventi Discreti - 03.11.2008

Esercizio 1

Un gestore di telefonia vende tessere per la ricarica di utenze cellulari. Ciascuna tessera ha stampato un codice di n cifre per la ricarica. Al fine di evitare frodi, i codici validi soddisfano alcuni vincoli noti al solo gestore: in particolare, sono validi esclusivamente i codici tali che la prima cifra è dispari, la seconda cifra è pari (0 è considerato pari) e la somma delle ultime m cifre fa x . Per ottenere l'accredito, l'utente chiama un numero verde con il proprio telefono cellulare e inserisce il codice per la ricarica digitandolo sulla tastiera. Per velocizzare la verifica del codice inserito, un sistema automatico effettua un controllo del soddisfacimento dei vincoli durante l'inserimento del codice.

- i)* Descrivere il sistema di verifica mediante un automa a stati finiti con numero minimo di stati, supponendo $n = 5$, $m = 3$ e $x = 3$. Evitare di rappresentare le transizioni verso un eventuale stato di non accettazione.
- ii)* Scrivere un'espressione regolare corrispondente all'automa progettato.

Esercizio 2

Un aeroporto è dotato di due piste di atterraggio di lunghezza diversa. La pista più corta (pista 1) può essere utilizzata solo per l'atterraggio di aerei di piccole dimensioni, mentre l'altra pista (pista 2) può essere utilizzata per l'atterraggio di aerei sia di piccole che di medie dimensioni. Gli aerei in arrivo inviano richieste di atterraggio alla torre di controllo e aspettano da questa il permesso all'atterraggio. La torre di controllo mette le richieste in coda e le soddisfa quando ha disponibilità. Le richieste pervenute quando ci sono già due velivoli in attesa per l'atterraggio, vengono respinte per garantire la sicurezza dello spazio aereo. Se la pista 1 è libera, una richiesta di atterraggio da parte di un aereo di piccole dimensioni viene soddisfatta anche se preceduta in coda da quella di un aereo di medie dimensioni. Quando entrambe le piste sono libere, la richiesta di un aereo di piccole dimensioni viene indirizzata verso la pista 1.

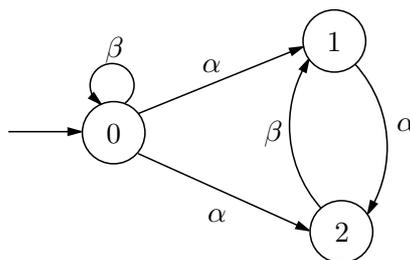
- i)* Definire un opportuno vettore di stato per il sistema, che tenga conto sia della situazione delle piste che degli aerei in attesa per l'atterraggio. Che cardinalità ha l'insieme degli stati del sistema? Definire inoltre un opportuno insieme degli eventi per il sistema.
- ii)* Supposto che l'inattività delle piste abbia per la società che gestisce l'aeroporto un costo orario di 12000 Euro/pista, mentre la società richiede 10000 Euro e 15000 Euro per l'atterraggio di un aereo di piccole e medie dimensioni, rispettivamente, determinare l'attivo/passivo per la società nell'intervallo $[0, 90]$ minuti nel caso in cui arrivino richieste di atterraggio da parte di aerei di piccole dimensioni agli istanti 30, 35 e 60 minuti e da parte di aerei di medie dimensioni agli istanti 40 e 75 minuti, e le operazioni di atterraggio richiedano 15 minuti per entrambi i tipi di aerei.

Supporre quindi che le richieste di atterraggio da parte di aerei di piccole e medie dimensioni arrivino come generate da processi di Poisson con tassi 3 arrivi/ora e 2 arrivi/ora, rispettivamente, mentre i tempi di atterraggio dei due tipi di aerei seguono distribuzioni esponenziali con valori attesi 15 minuti e 20 minuti, rispettivamente.

- iii) Calcolare la probabilità che entrambe le piste si mantengano libere per almeno 30 minuti.
- iv) Noto che entrambe le piste sono impegnate e nella pista 2 sta atterrando un aereo di medie dimensioni, mentre in attesa ci sono nell'ordine un aereo di medie e uno di piccole dimensioni, calcolare la probabilità che l'aereo di piccole dimensioni sia ammesso all'atterraggio prima dell'aereo di medie dimensioni.
- v) Calcolare la probabilità che esattamente tre aerei non siano ammessi in coda dalla torre di controllo mentre la coda è saturata, entrambe le piste sono impegnate e in particolare nella pista 2 sta atterrando un aereo di piccole dimensioni.

Esercizio 3

Si consideri l'automa a stati temporizzato stocastico $(\mathcal{E}, \mathcal{X}, \Gamma, p, x_0, F)$ il cui grafo di transizione è illustrato in figura:



mentre le componenti F_α e F_β di F sono distribuzioni esponenziali con tassi $\lambda_\alpha = 0.8$ e $\lambda_\beta = 1.2$, rispettivamente.

- i) Calcolare la probabilità condizionale $p(1|0, \alpha)$ noto che $P(X_2 = 1) = 0.28$.
- ii) Calcolare la durata media di un ciclo tra gli stati 1 e 2.