Esame di Sistemi ad Eventi Discreti - 29.09.2008

Esercizio 1

Si consideri il linguaggio $\mathcal{L}$ sull'alfabeto $\mathcal{E} = \{a, b, c\}$ definito dall'espressione regolare

$$(a + cb)^* c^* b (a + c) (ab)^*.$$

i) Determinare se le seguenti parole appartengono al linguaggio $\mathcal{L}$, giustificando le risposte:

$$(a) w_1 = baabaab; \quad (b) w_2 = cbaaabc; \quad (c) w_3 = ccbaab; \quad (d) w_4 = acbbaabab.$$

ii) Progettare un automa a stati finiti che riconosca le parole del linguaggio $\mathcal{L}$.

Esercizio 2

Un sistema di elaborazione è costituito da un server e da una unità di memoria. Il server elabora processi di tipo 1 e di tipo 2, i cui tempi di elaborazione seguono distribuzioni esponenziali con valore atteso $\frac{1}{\mu_1} = 1.25$ e $\frac{1}{\mu_2} = 1.6$, rispettivamente. L'unità di memoria può contenere un solo processo in attesa. Dopo un processo di tipo 1, il sistema può accettare solo un processo di tipo 2, e viceversa. Un processo in arrivo che non può essere accettato (perché il sistema è saturo e/o perché il processo non è del tipo richiesto), viene definitivamente scartato. All'accensione del server, il primo pezzo che può essere accettato è di tipo 1. Si assume che gli arrivi dei processi dei due tipi siano di tipo Poissoniano, con tassi $\lambda_1 = 1$ e $\lambda_2 = 1.5$, rispettivamente.

i) Fornire una descrizione formale del sistema come automa a stati, definendo l'insieme degli eventi $\mathcal{E}$, l'insieme degli stati $\mathcal{X}$, la condizione iniziale x_0 , e rappresentando gli eventi abilitati in ciascuno stato e la funzione di transizione di stato graficamente attraverso un diagramma di transizione.

ii) Nel caso in cui sia in elaborazione un processo di tipo 1 e non ci sia nessun processo in coda, calcolare la probabilità che esattamente un solo processo di tipo 1 in arrivo sia scartato prima del completamento dell'elaborazione del processo nel server.

iii) Calcolare le probabilità a regime di tutti gli stati.

iv) Calcolare la probabilità a regime che un processo di tipo 1 non venga accettato nel sistema.

Esercizio 3

Un nastro trasportatore si muove con velocità costante. Sul nastro trasportatore possono essere depositati pezzi solo a intervalli di tempo multipli del periodo $T = 45$ s. A ogni periodo, viene depositato un pezzo sul nastro trasportatore con probabilità $p = \frac{3}{4}$. I pezzi sono quindi scaricati dal nastro trasportatore da un robot *master*. In condizioni di corretto funzionamento, il robot *master* è in grado di scaricare un pezzo dal nastro trasportatore nella durata di un periodo, e rendersi quindi disponibile per il ciclo successivo. Nel manipolare il pezzo, questo può sfuggire alla presa del robot con probabilità $q = \frac{1}{8}$. In tal caso, il robot necessita di un ulteriore periodo per compiere la propria operazione, che però può nuovamente fallire con la stessa probabilità q . Nel caso di un secondo fallimento, il robot viene fermato per un tempo indefinito. Se un pezzo transita davanti al robot *master* e non può essere scaricato perché il robot è occupato, il pezzo prosegue fino a un robot *slave* che è sempre in grado di effettuare l'operazione di scarico nella durata di un periodo.

- i*) Mostrare che il funzionamento del robot *master* può essere rappresentato come una catena di Markov a tempo discreto, di cui si chiede di definire gli stati e la matrice P delle probabilità di transizione in un passo.
- iii*) La catena è irriducibile? Esiste la distribuzione stazionaria degli stati? In caso affermativo, come è fatta?
- ii*) Calcolare la probabilità che il robot rimanga operativo per almeno tre periodi consecutivi in condizioni di corretto funzionamento.