Esame di Sistemi ad Eventi Discreti - 04.09.2008

Esercizio 1

Si consideri un server con coda per i processi in arrivo che, in prima approssimazione, può essere considerata di lunghezza infinita. Sia i tempi di interarrivo dei processi che i tempi di elaborazione nel server seguono distribuzioni esponenziali.

i) Si determini il massimo tasso λ degli arrivi dei processi per cui il valore atteso del tempo di soggiorno di un processo nel sistema non eccede a regime 2 secondi, noto che l'elaborazione di un processo richiede mediamente 1.25 secondi.

Esercizio 2

Un distributore di carburante è composto da due pompe identiche. Le pompe sono soggette a guasti solo quando erogano carburante. In caso di guasto alla pompa, il veicolo che sta effettuando il rifornimento abbandona il distributore e il gestore procede alla riparazione della pompa. Nel caso in cui un veicolo arriva al distributore e non ci sono pompe disponibili (perché occupate o guaste), esso prosegue rinunciando al rifornimento. Si suppone che gli arrivi di veicoli al distributore siano modellabili come generati da un processo di Poisson con tasso 0.5 arrivi/minuto, mentre i tempi di servizio nelle due pompe seguono una distribuzione esponenziale con valore atteso 5 minuti/servizio. L'evento di guasto di una pompa gode della proprietà di mancanza di memoria, e mediamente una pompa si guasta una volta a settimana. Il tempo di riparazione di una pompa segue anch'esso una distribuzione esponenziale con valore atteso 2 ore/riparazione.

i) Si dia una descrizione formale del sistema come automa a stati, definendo un insieme degli eventi $\mathcal{E}$ e un insieme degli stati $\mathcal{X}$, e rappresentando gli eventi abilitati in ciascuno stato e la funzione di transizione di stato graficamente attraverso un diagramma di transizione.

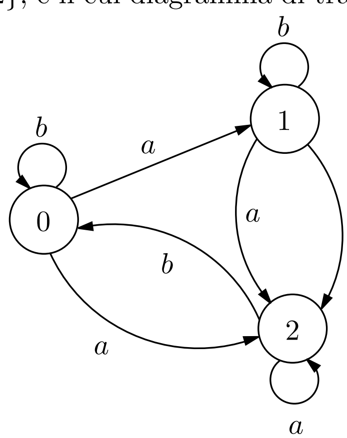
ii) Nel caso in cui entrambe le pompe stiano erogando carburante, si calcoli la probabilità che si verifichi un guasto prima che almeno una delle due pompe abbia terminato il proprio servizio.

iii) Nel caso in cui una pompa sia inattiva e l'altra sia guasta, si calcoli la probabilità che esattamente un solo cliente arrivi e sia servito prima che la pompa guasta sia riparata.

iv) Nel caso in cui una pompa stia erogando carburante e l'altra sia guasta, calcolare il tempo medio di attesa per cambiare stato.

Esercizio 3

Si consideri il sistema modellato dall'automa a stati con insieme degli eventi $\mathcal{E} = \{a, b\}$, insieme degli stati $\mathcal{X} = \{0, 1, 2\}$, e il cui diagramma di transizione è rappresentato in figura:



Gli eventi a e b sono generati secondo processi di Poisson con tassi $\lambda_a = 1$ e $\lambda_b = 2$, rispettivamente. Sono inoltre note le probabilità di transizione $p(1|0, a) = 0.6$ e $p(2|1, b) = 0.4$.

i) Si mostri che il sistema può essere rappresentato come una catena di Markov a tempo continuo, di cui si chiede di calcolare la matrice Q dei tassi di transizione e la matrice P delle probabilità di transizione in un passo.

ii) Si calcoli, se esiste, la probabilità a regime di tutti gli stati.