

## Esame di Sistemi ad Eventi Discreti - 30.07.2008

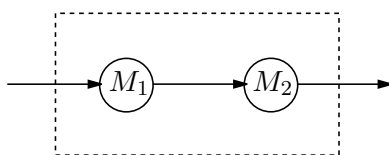
### Esercizio 1

Un macchinario esegue operazioni di tre tipi, indicate con  $a$ ,  $b$  e  $c$ . Per motivi tecnologici, un'operazione di tipo  $c$  non può essere eseguita immediatamente dopo due operazioni di tipo  $a$ , o di tipo  $b$ , consecutive.

- i)* Si realizzi, tramite un'automa a stati finiti con numero minimo di stati, un sistema automatico di riconoscimento di sequenze di operazioni non ammissibili.

### Esercizio 2

Il sistema di servizio in figura è composto da due serventi  $M_1$  e  $M_2$  in serie, entrambi privi di spazio di accodamento. Se un cliente arriva ed il servente  $M_1$  è occupato, il cliente non viene ammesso al servizio. Se il servente  $M_1$  termina un servizio e il servente  $M_2$  è occupato,  $M_1$  rimane occupato fino a quando si libera  $M_2$ . Si suppone che gli arrivi siano di tipo deterministico a intervalli regolari di  $t_a = 1.0$  min.



- i)* Si modellizzi il sistema mediante un automa a stati  $\{\mathcal{E}, \mathcal{X}, \Gamma, f, x_0\}$ , assumendo i serventi inattivi all'istante iniziale.
- ii)* Arrivano al sistema un totale di 6 clienti. Si determini il diagramma temporale del sistema corrispondente alle seguenti sequenze di temporizzazione (espresse in minuti) per i servizi in  $M_1$  e  $M_2$ , rispettivamente:  $V_1 = \{0.8, 0.7, 0.8, 1.2\}$ ,  $V_2 = \{1.5, 0.9, 1.0, 1.3\}$ . In quanto tempo vengono serviti tutti i clienti ammessi nel sistema? Qual è il tempo medio di soggiorno di un cliente nel sistema?

Si supponga, quindi, che i tempi di servizio (espresi in minuti) nei serventi  $M_1$  e  $M_2$  seguano distribuzioni uniformi negli intervalli  $[0.7, 1.2]$  e  $[0.2, 0.5]$ , rispettivamente.

- iii)* Si calcoli il valore atteso del tempo di soggiorno di un cliente nel sistema.
- iv)* Si calcoli la probabilità a regime che un cliente in arrivo venga accettato nel sistema e, conseguentemente, il tasso effettivo a regime di arrivi nel sistema.
- v)* Sfruttando la Legge di Little, si calcoli il valore atteso del numero di clienti nel sistema.

*Suggerimento.* Per la soluzione dei punti *iii)*-*v)*, si sfrutti la semplificazione determinata nella dinamica del sistema dai valori numerici considerati.

### Esercizio 3

Sei palline, di cui tre rosse e tre blu, vengono messe a caso in due urne  $A$  e  $B$ , tre per ciascuna urna. Ad ogni prova si estrae a caso una pallina dall'urna  $A$  e una dall'urna  $B$ , e si scambiano di urna.

- i)* Si mostri che il gioco può essere modellizzato come una catena di Markov a tempo discreto, di cui si chiede di calcolare la matrice di transizione.
- ii)* Si calcoli la probabilità che, dopo la seconda estrazione, tutte le palline dell'urna  $B$  siano rosse, noto che all'inizio del gioco in  $A$  ci sono due palline rosse.
- iii)* Noto che nell'urna  $A$  a un certo istante ci sono due palline rosse e una pallina blu, si calcoli la probabilità che la situazione nell'urna non cambi nelle successive due prove.