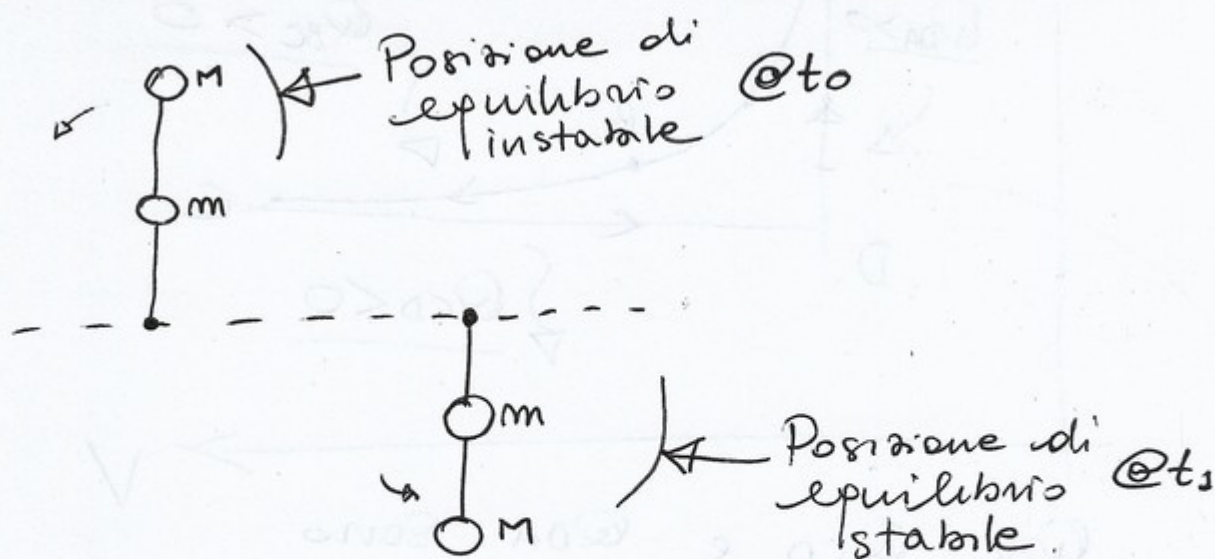


Fisica 1 - 17 Settembre 2019 - Esercizio 2



Durante il moto del pendolo, si conserva l'energia meccanica.

@t=t₀ $K_0 = 0$ (pendolo fermo)

$$U_0 = mgL + 2MgL$$

@t=t₁

$$K_1 = \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$U_1 = -mgL - 2MgL$$

Ho assunto che la "quota 0" sia al livello del fulcro.

[I: momento di inerzia rispetto al fulcro]

$$I = mL^2 + M(2L)^2 = mL^2 + 4ML^2$$

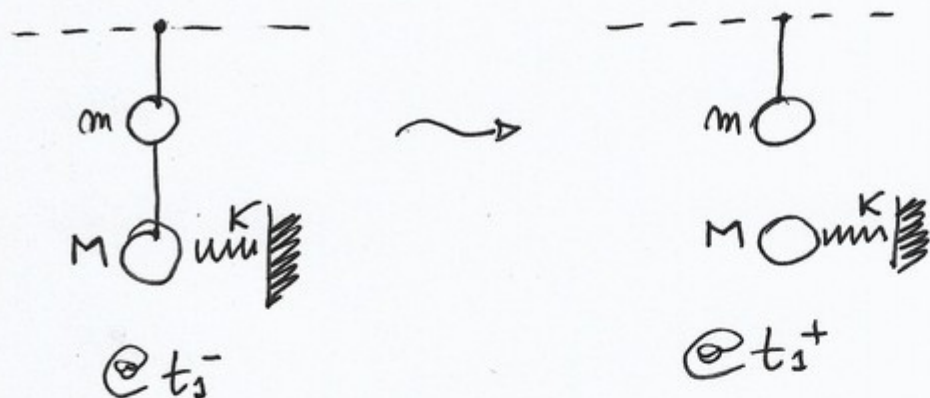
$$K_0 + U_0 = K_1 + U_1 \Rightarrow$$

$$mgL + 2MgL = \frac{1}{2} I \omega^2 - mgL - 2MgL \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} I \omega^2 = 2mgL + 4MgL$$

$$\omega^2 = \frac{gL(4m+8M)}{mL^2+4ML^2} = \frac{4g(m+2M)}{L(m+4M)}$$

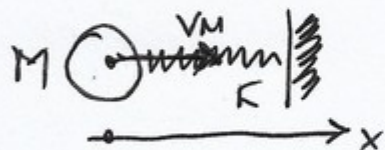
Quando il pendolo arriva all'equilibrio stabile, le masse M si stacca e si attacca alla molla. La parte di sbarretta che lega m ed M sparisce (si trascura).



Quello appena descritto non è un urto.

Infatti M "sbatte" contro qualcosa priva di massa (la molla).

Pertanto, sia m che M continuano a muoversi con la stessa velocità che avevano un attimo prima.



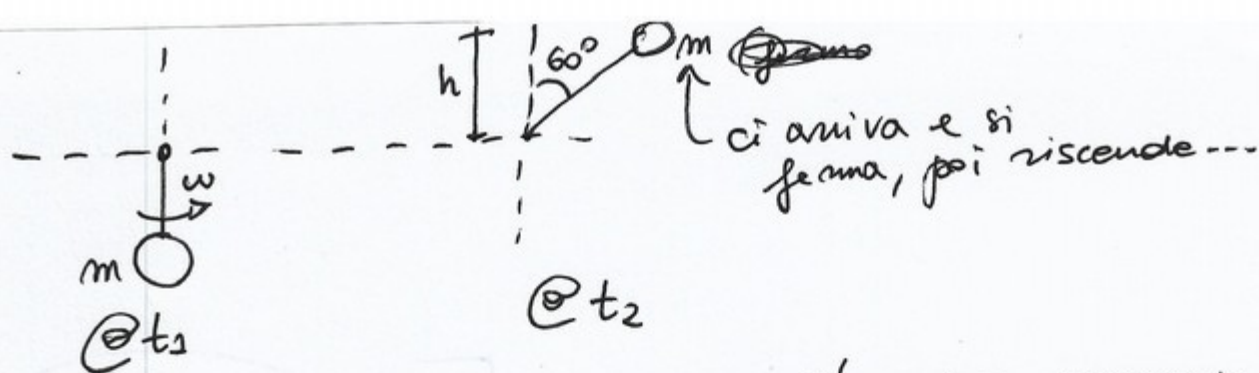
$v_M = 2L\omega$ (velocità tangenziale di M).

$$\begin{cases} M\ddot{x} = -Kx \\ x(0) = 0 \\ \dot{x}(0) = 2L\omega \end{cases}$$

$$\rightarrow x(t) = \frac{2L\omega}{\omega_1} \sin \omega_1 t$$

$$\text{con } \omega_1 = \sqrt{\frac{K}{M}}.$$

Dunque, la compressione massima è pari a $\frac{2L\omega}{\omega_1} = \dots$



Anche tra t_1 e t_2 si conserva l'energia meccanica.

$$@t=t_1 \quad K_1 = \frac{1}{2} I' \omega^2$$

$$U_1 = -mgL$$

[I' : momento di inerzia del "nuovo" pendolo = mL^2]

$$@t=t_2 \quad K_2 = 0$$

$$U_2 = mgh$$

$$\text{con } h = L \cos 60^\circ = \frac{L}{2}.$$

Per cui:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} mL^2 \omega^2 - mgL = mg \frac{L}{2} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} L \omega^2 = \frac{g}{2} + g \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} K \left(\frac{4g(m+2M)}{K(m+4M)} \right) = \frac{3}{2} g \Rightarrow$$

$$4(m+2M) = 3(m+4M) \Rightarrow$$

$$4m + 8M = 3m + 12M \Rightarrow$$

$$m = 4M.$$

Possiamo risolvere l'ampiezza max:

$$\frac{2L\omega}{\sqrt{K}} = \frac{2L}{\sqrt{K}} \sqrt{\frac{4g(m+2M)}{L(m+4M)}} =$$

$$= 2L \sqrt{\frac{M}{K}} \cdot \sqrt{\frac{4g}{L} \frac{(4M+2M)}{(4M+4M)}} =$$

$$= 2L \sqrt{\frac{M}{K}} \sqrt{\frac{4g}{L} \cdot \frac{6M}{8M}} =$$

$$= 2L \sqrt{\frac{24Mg}{8KL}} =$$

$$= 2L \sqrt{\frac{3Mg}{KL}} =$$

$$= 2 \sqrt{\frac{3MgL}{K}}.$$