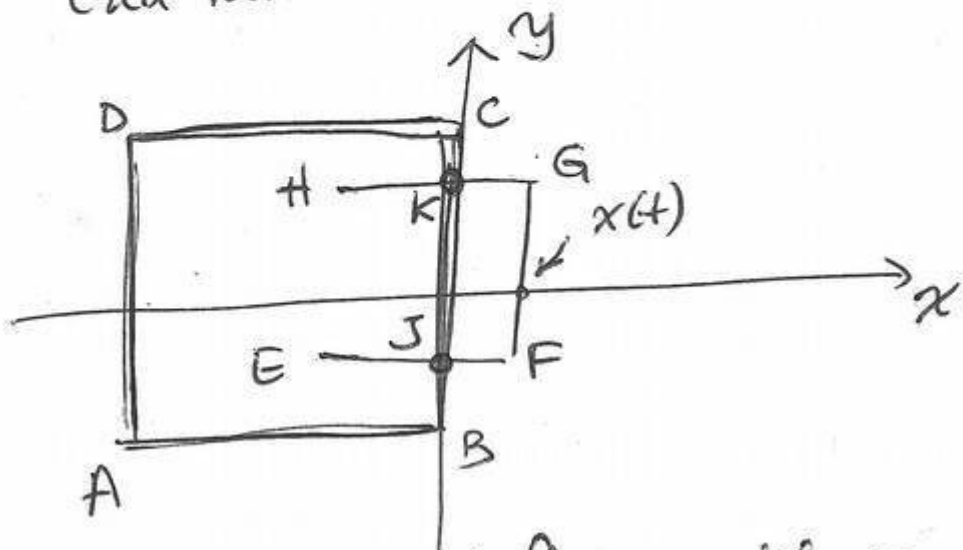


Fisica 2 - 8 febbraio 2019 - Esercizio 3

Nel periodo in cui il corpo HGFE transita nel semipiano $x < 0$, non accade nulla.

Non appena il fronte GF attraversa l'asse y , si crea un circuito:



Da $x(t)$
la posizione
del fronte GF.

In particolare, il flusso del campo magnetico attraverso la superficie KGFJ varierà nel tempo.

La superficie di KGFJ evolverà nel tempo secondo la seguente legge:

$$S(t) = L \cdot x(t)$$

Il flusso del campo magnetico è quindi:

$$\Phi_B(t) = B_0 S(t) = B_0 L x(t) \quad *$$

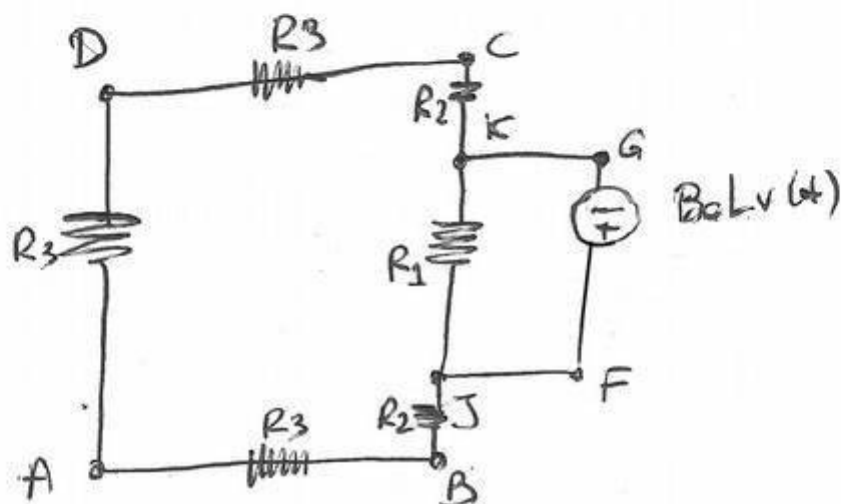
* Il campo $\vec{B}$ è omogeneo ed ortogonale alla superficie.

la legge di Faraday ci dice che su KGFJ si crea una f. e. m. indotta:

$$\mathcal{E}(t) = - \frac{\partial \Phi_B(t)}{\partial t} = - B_0 L \frac{\partial x(t)}{\partial t} = - B_0 L v(t)$$

$v(t) \equiv$ velocità del corpo -

Circuito equivalente



Calcoliamo R_1 , R_2 ed R_3 .

Dai dati del problema, poiché ogni lato del quadrato $ABCE$ ha resistenza $2R$, si ha che:

$$\boxed{R_3 = 2R}$$

Inoltre, possiamo definire $\lambda = \frac{2R}{L}$ come la resistenza per unità di lunghezza.

A partire da λ possiamo calcolare le altre, nota la loro lunghezza.

* Funziona come la densità di massa o di carica.

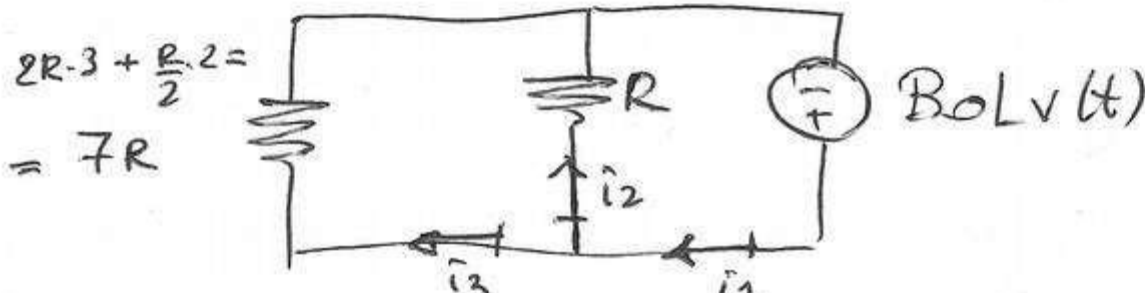
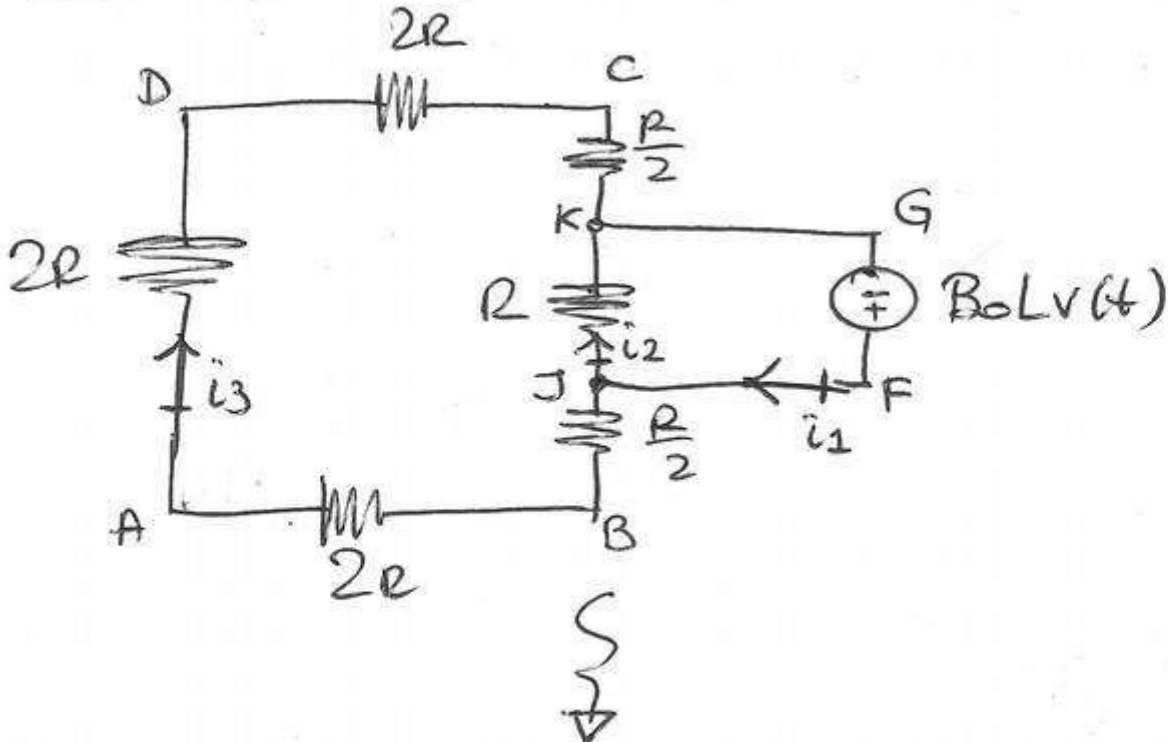
2

Ad esempio, $\overline{KJ} = L$. Per cui:

$$R_1 = \lambda \cdot L = \frac{2R}{2k} k = R.$$

Inoltre, $\overline{EK} = \overline{JB} = \frac{L}{2}$. Per cui:

$$R_2 = \lambda \frac{L}{2} = \frac{2R}{2k} \frac{k}{2} = \frac{R}{2}.$$



$$i_2 = \frac{B_0 L v(t)}{R}$$

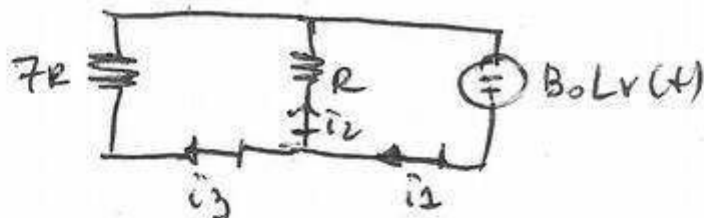
$$\hat{I}_3 = \frac{BoLv(t)}{72}$$

$$\hat{I}_1 = \hat{I}_2 + \hat{I}_3 = \frac{8}{7} \frac{B_0 L v(t)}{R}$$

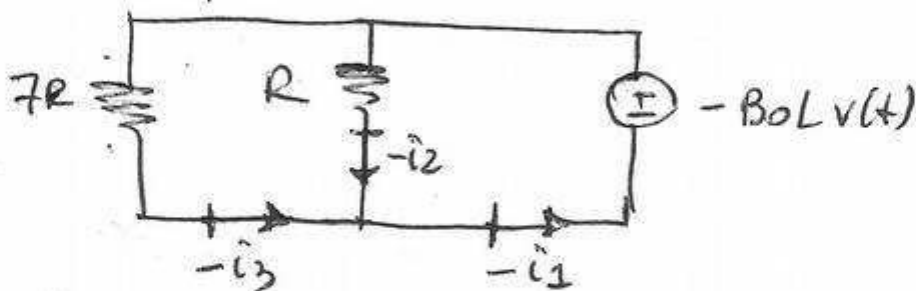
4.

Osservazione utile

• $v(t) > 0$



• $v(t) < 0$



Domanda 1

Quale è la potenza dissipata sul lato BC oppure dopo $t=0$?

Su BC abbiamo 3 resistenze:

- Sul tratto CK, si ha $\frac{R}{2}$ attraversata da i_3 ;
- Sul tratto KJ, si ha R attraversata da i_2 ;
- Sul tratto JB, si ha $\frac{R}{2}$ attraversata da i_3 .

$$\hookrightarrow P_{BC} = \frac{R}{2} i_3^2 + R i_2^2 + \frac{R}{2} i_3^2 =$$

$$= R (i_3^2 + i_2^2) =$$

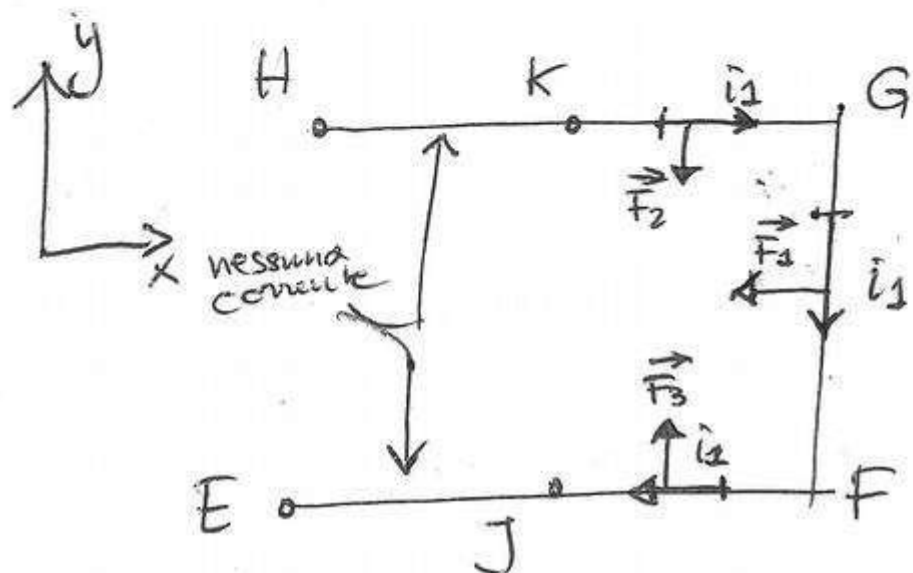
$$= R \left(\frac{B_0^2 L^2 V_0^2}{49 R^2} + \frac{B_0^2 L^2 V_0^2}{R^2} \right) = \frac{B_0^2 L^2 V_0^2}{R} \frac{50}{49}$$

Notare che si è valutata la potenza a $t=0$. Pertanto, è stata usata la velocità $v(0) = v$

Domanda 2

Per quali valori di v_0 , si ha che EFGH esce da ABCD?

Per rispondere alla domanda, si deve notare che sul corpo EFGH si generano delle forze ~~causate~~ in accordo con la legge di Lorentz.



$\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$:
forze di Lorentz.
La direzione è
che è determinata
con la regola
della mano
destra.

$$|\vec{F}_1| = |i_1| L B_0 = \frac{8 B_0^2 L^2}{7 R} |v(t)|$$

$$|\vec{F}_2| = |i_2| x(t) B_0 = \frac{8 B_0^2 L}{7 R} x(t) |v(t)| = |\vec{F}_3|$$

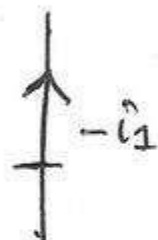
Per simmetria, $\vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$.

$$\vec{F}_1 = \frac{8}{7} \frac{B_0^2 L^2}{R} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Valore per $v(t) > 0$



Per $v(t) < 0$ ---



$$\vec{F}_1 = \frac{8}{7} \frac{B_0^2 L^2}{R} |v(t)| \begin{bmatrix} +1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Generalizzando:

$$\vec{F}_1 = - \frac{8}{7} \frac{B_0^2 L^2}{R} v(t) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Valore sia
per
 $v(t) > 0$
che per
 $v(t) < 0$.

Il corpo EFGH:

- ha velocità iniziale lungo x ($v_0 > 0$);
- subisce una forza lungo x .

La ~~Equa~~ legge del moto lungo x

$$3M \ddot{x} = - \frac{8}{7} \frac{B_0^2 L^2}{R} \dot{x}$$

↑
massa del
corpo

$$\begin{cases} \ddot{x} = - \frac{8}{21} \frac{B_0^2 L^2}{MR} \dot{x} = - \beta \dot{x} \\ x(0) = 0 \quad \leftarrow \text{posizione iniziale del fronte} \\ \dot{x}(0) = v_0 \quad \leftarrow \text{velocità iniziale} \end{cases}$$

~~Alc~~ $\beta = \frac{8}{21} \frac{B_0^2 L^2}{MR} > 0$

Eq. diff. lineare omogenea

$$\ddot{x} + \beta \dot{x} = 0$$

Polinomio caratteristico:

$$D^2 + \beta D = 0 \quad \begin{cases} D_1 = 0 \\ D_2 = -\beta \end{cases}$$

Soluzioni generali:

$$\begin{aligned} x(t) &= A + B e^{-\beta t} \\ \dot{x}(t) &= -B\beta e^{-\beta t} \end{aligned}$$

$$x(0) = A + B = 0 \Rightarrow A = -B$$

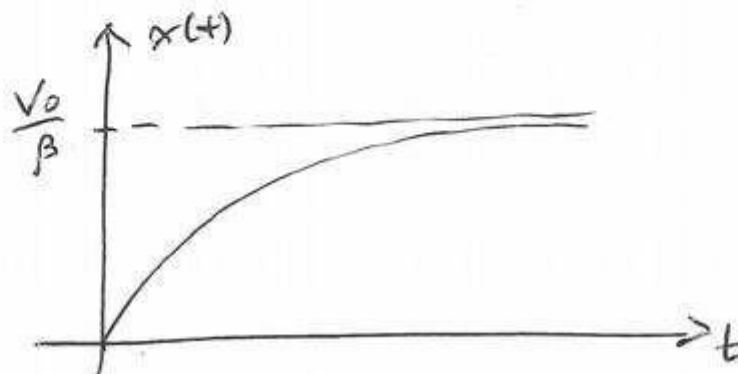
$$\dot{x}(0) = -B\beta = v_0 \Rightarrow B = -\frac{v_0}{\beta}$$

$$\Rightarrow A = \frac{v_0}{\beta}$$

$$x(t) = \frac{V_0}{\beta} - \frac{V_0}{\beta} e^{-\beta t} \quad \text{Soluzione (legge oriana).}$$

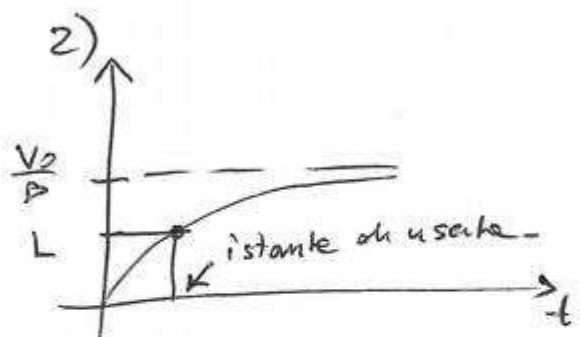
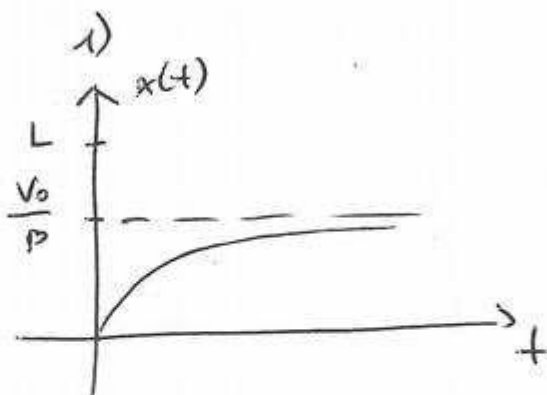
Il corpo "esce" da ABCD se
 $x(t) \geq L$ per qualche $t > 0$.

Disegniamo $x(t)$:



Si hanno 2 casi:

- 1) $L > \frac{V_0}{\beta} \Rightarrow$ EFGH non esce mai!
- 2) $L < \frac{V_0}{\beta} \Rightarrow$ EFGH esce prima o poi.



Dalla 2, si ha che:

$$V_0 > \beta L$$

$$\boxed{V_0 > \frac{8}{21} \frac{\beta_0^2 L^3}{MR}}$$

Extra

Istante di uscita:

$$\frac{V_0}{\beta} (1 - e^{-\beta t}) = L$$

$$1 - e^{-\beta t} = \frac{\beta L}{V_0}$$

$$e^{-\beta t} = 1 - \frac{\beta L}{V_0}$$

$$-\beta t = \ln \left(1 - \frac{\beta L}{V_0} \right)$$

$$t = -\frac{1}{\beta} \ln \left(1 - \frac{\beta L}{V_0} \right)$$

$$= \frac{1}{\beta} \ln \left[\left(1 - \frac{\beta L}{V_0} \right)^{-1} \right]$$

$$= \frac{1}{\beta} \ln \left[\left(\frac{V_0 - \beta L}{V_0} \right)^{-1} \right]$$

$$= \frac{1}{\beta} \ln \frac{V_0}{V_0 - \beta L} \cdot$$