

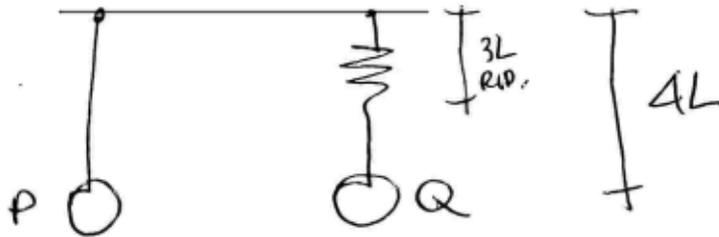
Esercizio estratto dall'esame di Fisica 1 del 12 Febbraio 2021

Ho due corpi puntiformi, P e Q , entrambi di massa M e una molla di lunghezza a riposo $3L$, ed un filo inestensibile e di massa trascurabile di lunghezza $4L$.

Appendo i due corpi a due punti che sono alla stessa quota: P tramite il filo e Q tramite la molla. La molla si allunga, ed osservo che entrambi i corpi si trovano, immobili, alla stessa altezza.

Adesso metto in movimento i due oscillatori: P a compiere piccole oscillazioni trasversali: è un normale pendolo semplice; Q sale e scende lungo la verticale, facendo così variare l'allungamento della molla.

Qual è il rapporto $R = \frac{f_P}{f_Q}$ fra la frequenza di oscillazione del pendolo filo+ (P) e quella del sistema molla+ (Q) ?



Poiché la massa Q è in equilibrio, la forza peso deve equilibrare il richiamo della molla:

$$Mg = kL \Rightarrow k = \frac{Mg}{L}$$

Legge oraria del pendolo valida per piccole oscillazioni:

$$P: I\ddot{\theta} = -Mg \cdot 4L \cdot \theta$$
$$\Rightarrow \omega_P = \sqrt{\frac{Mg \cdot 4L}{I}} = \sqrt{\frac{Mg \cdot 4k}{4M \cdot 16L}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g}{L}}$$

Legge oraria del sistema massa-molla:

$$Q: M\ddot{y} = -ky$$
$$\Rightarrow \omega_Q = \sqrt{\frac{k}{M}} = \sqrt{\frac{Mg}{L \cdot M}} = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

$$\frac{\omega_P}{\omega_Q} = 0.5$$