

## Esercizio estratto dall'esame di Fisica 1 del 22 Gennaio 2021

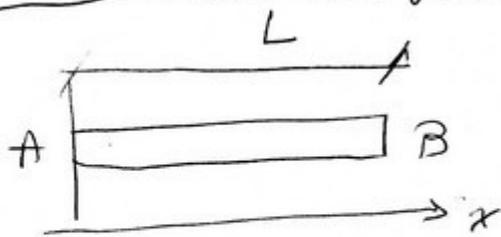
Dato un corpo rigido di massa  $M$  e un asse di rotazione  $a$ , si definisce raggio giratore la quantità  $R_a$  tale che  $I = MR_a^2$ , dove  $I$  è il momento d'inerzia del corpo rispetto ad  $a$ .

Si ha una sbarretta sottile  $AB$  non omogenea, di lunghezza  $L$  che ruota intorno ad un asse  $a$  passante da  $A$  e perpendicolare alla sbarretta. La densità di massa della sbarretta dipende dalla distanza  $x$  dall'estremo  $A$  secondo la legge:

$$\lambda(x) = \lambda_0 \left(2 - \frac{x}{L}\right)$$

Qual è il raggio giratore  $R_a$ ?

Esercizio 11 - 22 Gennaio 2021 - Fisica 4



$$\lambda(x) = \lambda_0 \left( 2 - \frac{x}{L} \right)$$

$$M = \int_0^L \lambda(x) dx = \int_0^L \lambda_0 \left( 2 - \frac{x}{L} \right) dx =$$

$$= \int_0^L 2\lambda_0 dx - \int_0^L \lambda_0 \frac{x}{L} dx =$$

$$= 2\lambda_0 L - \frac{\lambda_0 L^2}{2} = \frac{3}{2} \lambda_0 L.$$

$$I = \int_0^L x^2 \lambda(x) dx = \int_0^L 2\lambda_0 x^2 dx - \int_0^L \lambda_0 \frac{x^3}{L} dx =$$

$$= 2\lambda_0 \frac{L^3}{3} - \frac{\lambda_0 L^4}{4} = \lambda_0 L^3 \left( \frac{2}{3} - \frac{1}{4} \right) = \lambda_0 L^3 \frac{8-3}{12}$$

$$= \frac{5}{12} \lambda_0 L^3.$$

Raggio giratore:  $R_a: I = MR_a^2$

$$\Rightarrow R_a = \sqrt{\frac{I}{M}} = \sqrt{\frac{\frac{5}{12} \lambda_0 L^3}{\frac{3}{2} \lambda_0 L}} = L \sqrt{\frac{5}{18}} =$$

$$= \frac{L}{6} \sqrt{10}.$$