

Esercizio estratto dall'esame di Fisica 1 del 22 Gennaio 2021



Si considerino due corpi A e B che possono muoversi su un binario orizzontale senza incontrare attriti. Il corpo A , che ha massa M ed è libero, si muove inizialmente con velocità v_0 verso B , che è fermo. Il carrello B ha massa $2M$ ed è attaccato all'estremo di una molla di costante elastica k ; l'altro estremo della molla è bloccato. Avviene un urto istantaneo ed elastico. Al primo istante in cui la molla torna in posizione di riposo, qual è la distanza che separa A da B ?

1) Urto elastico tra A e B. Dal formulario, sappiamo che:

$$\begin{cases} V_{Af} = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} V_{Ai} \\ V_{Bf} = \frac{2m_A}{m_A + m_B} V_{Ai} \end{cases}$$

Nel nostro caso:

- $m_A = M$
- $m_B = 2M$
- $V_{Ai} = V_0$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_{Af} = -\frac{1}{3} V_0 \\ V_{Bf} = \frac{2}{3} V_0 \end{cases}$$

2) Dopo l'urto, A si muove verso sinistra, B oscilla insieme alla molla.

L'equazione del moto di B è:

$$2M\ddot{x}_B = -Kx_B \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{K}{2M}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{2M}{K}}$$

B torna nella posizione di equilibrio in un tempo $t_1 = \frac{T}{2} = \pi\sqrt{\frac{2M}{K}}$.

Nel frattempo, A si è mosso

$$x_A(t) = -\frac{1}{3} V_0 t \quad (\text{moto uniforme})$$

$$x_A(t_1) = -\frac{1}{3} V_0 \pi \sqrt{\frac{2M}{K}}$$

Quindi la distanza tra A e B @ $t=t_1$ è

$$\frac{1}{3} V_0 \pi \sqrt{\frac{2M}{K}}$$

NOTA. Il risultato finale è semplicemente pari allo spazio percorso da A, poichè sia A che B partono dallo stesso punto (urto) e B ritorna da dove era partito...