

Esercizio estratto dall'esame di Fisica 1 del 22 Gennaio 2021

Una quantità di n moli di gas ideale biatomico si trova in contatto termico con una miscela di acqua e ghiaccio alla temperatura di fusione T_A ; la pressione del gas è p_A . Il gas si espande in modo isoterma reversibile fino allo stato B con p_B . Di qui, non più a contatto termico con la miscela si porta il gas nello stato C con $p_C = p_A$. Infine da C si torna allo stato iniziale A in modo isobaro e rimettendo il gas a contatto termico con la miscela. Alla fine del ciclo si ottiene una massa m di ghiaccio fuso, e si sa inoltre che il calore complessivamente scambiato dal gas nel ciclo è Q . Sapendo che il calore latente di fusione del ghiaccio è L , calcolare la temperatura del gas nello stato C e il lavoro scambiato dal gas nella trasformazione BC.

	P	V	T
A	p_A	$V_A = ?$	T_A
B	p_B	$V_B = ?$	T_A
C	p_A	$V_C = ?$	$T_C = ?$

$$V_A = \frac{nRT_A}{p_A}$$

$$V_B = \frac{nRT_A}{p_B}$$

$$V_C = \frac{nRT_C}{p_A}$$

ISOTERMA AB

$$Q_{AB} = L_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} \frac{nRT_A}{V} dV = nRT_A \log \frac{V_B}{V_A} = nRT_A \log \frac{p_A}{p_B}$$

ISOBARA CA

$$L_{CA} = p_A (V_A - V_C) = p_A \left(\frac{nRT_A}{p_A} - \frac{nRT_C}{p_A} \right) = nR(T_A - T_C)$$

$$Q_{CA} = n \frac{7}{2} R (T_A - T_C) = \frac{7}{2} L_{CA}$$

CALORE TOTALE SCAMBIATO

$$Q = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA} \quad (1)$$

I PRINCIPIO DELLA T.D

$$Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA} - (L_{AB} + L_{BC} + L_{CA}) = 0 \quad \begin{matrix} \swarrow \\ Q_{CLO} \end{matrix}$$

$$\Rightarrow L_{AB} + L_{BC} + L_{CA} = Q \quad (2)$$

M Se il gas è in contatto con il ghiaccio in AB e CA, allora:

$$\underbrace{-(Q_{AB} + Q_{CA})}_{\text{Calore fornito al acciaio}} = \underbrace{L \cdot m}_{\substack{\downarrow \\ \text{Calore latente di fusione}}} \rightarrow \text{massa di ghiaccio sciolta.} \quad (3)$$

NOTA - Sia Q il calore scambiato dal gas con l'ambiente. Se $Q > 0$, vuol dire che il gas assorbe tale calore. Se $Q < 0$, vuol dire che il gas cede tale calore. Similmente, $-Q$ è il calore scambiato dall'ambiente con il gas. Se $-Q > 0$ (cioè $Q < 0$), vuol dire che l'ambiente assorbe tale calore. Se $-Q < 0$ (cioè $Q > 0$), vuol dire che l'ambiente assorbe tale calore.

Nel caso in esame, l'ambiente è rappresentato dalla miscela di acqua e ghiaccio. Quindi $Q_{AB} + Q_{CA}$ è il calore che il gas scambia con la miscela, mentre $-(Q_{AB} + Q_{CA})$ è il calore che la miscela scambia con il gas... insomma è questione di punto di vista!

Abbiamo un sistema di 3 equazioni (1), (2), (3) in 3 incognite (L_{CA} , Q_{BC} , L_{BC}):

$$\begin{cases} Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA} = Q \\ L_{AB} + L_{BC} + L_{CA} = Q \\ -Q_{AB} - Q_{CA} = L \cdot m \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} Q_{AB} + Q_{BC} + \frac{7}{2} L_{CA} = Q \\ Q_{AB} + L_{BC} + L_{CA} = Q \\ -Q_{AB} - \frac{7}{2} L_{CA} = L \cdot m \end{cases} \Rightarrow$$

$$L_{CA} = -\frac{2}{7} (Q_{AB} + L \cdot m)$$

$$Q_{BC} = Q + L \cdot m$$

$$L_{BC} = Q - \frac{5}{7} Q_{AB} + \frac{2}{7} L \cdot m$$

$$1. \text{ Ma } LCA = mR(T_A - T_C). \text{ Quindi:}$$

$$- \frac{2}{7} (Q_{AB} + L \cdot m) = mR(T_A - T_C) \Rightarrow$$

$$- \frac{2}{7mR} (Q_{AB} + L \cdot m) = T_A - T_C \Rightarrow$$

$$T_C = T_A + \frac{2}{7mR} (Q_{AB} + L \cdot m) \rightarrow$$

$$T_C = T_A + \frac{2}{7mR} \left(mRT_A \log \frac{p_A}{p_B} + L \cdot m \right) \Rightarrow$$

$$T_C = T_A + \frac{2}{7} T_A \log \frac{p_A}{p_B} + \frac{2L \cdot m}{7 \cdot m \cdot R}.$$

$$LBC = Q - \frac{5}{7} mRT_A \log \frac{p_A}{p_B} + \frac{2}{7} L \cdot m$$
