Esercizio estratto dall’esame di Fisica 1 del 4 Novembre 2020

Un punto materiale di massa M parte da ferma ed accelera su strada rettilinea e pianeggiante. Il motore è sufficientemente potente, ma a causa della limitata aderenza delle ruote motrici la forza d'attrito fra ruote e terreno limita l'accelerazione (sia a tale accelerazione). Quanto tempo impiega l'automobile a percorrere lo spazio d? Trascurando ogni effetto dissipativo, qual è la potenza minima che deve poter sviluppare il motore?

ESERCIZIO 7 (04/11/2020)

$\underset{\uparrow\,\text{noto}}{M}\,\underset{\uparrow\,\text{noto}}{a} = F \leftarrow$ forza totale costante

$\Rightarrow$ legge oraria: $x(t) = \frac{1}{2} a t^2$

Sia t_1 l'istante in cui l'auto percorre la distanza d. Allora:

$$x(t_1) = d = \frac{1}{2} a t_1^2 \Rightarrow \boxed{t_1 = \sqrt{\frac{2d}{a}}}$$

~~La potenza è data nel caso di forza~~ Nel caso di forza costante nel tempo, si ha che

$$P = \int_\Gamma \vec{F} \cdot d\vec{v} = \int_{v(0)}^{v(t_1)} F \cdot dv = F \int_{v(0)}^{v(t_1)} dv =$$

$$= F\left(v(t_1) - v(0)\right) = F v(t_1).$$

Legge oraria velocità: $v(t) = at$

$$v(t_1) = a\sqrt{\frac{2d}{a}} = \sqrt{2da}$$

$$\Rightarrow P = F\sqrt{2da}$$

Ma $F = Ma$, quindi:

$$P = M \cdot a\sqrt{2da}$$

Esercizio estratto dall’esame di Fisica 1 del 4 Novembre 2020

Si consideri un’automobile di massa M che si muove senza problemi di aderenza con il terreno. Partendo da ferma, essa copre la distanza d, utilizzando il motore sempre a massima potenza. Sapendo che il tempo impiegato è Δt, qual è la potenza erogata dal motore?

8] Potenza costante $= P$

$$P = M \cdot a \cdot v = \text{costante}$$

$$\Rightarrow \boxed{Ma = \frac{P}{v}}$$ equazione del moto!

$$M\dot{v} = \frac{P}{v} \Rightarrow M\frac{dv}{dt} = \frac{P}{v} \Rightarrow Mdv\,v = Pdt$$

$v(0)=0$, quindi:

$$\int_{v(0)}^{v(t)} Mv\,dv = \int_0^t P\,dt$$

$$M\frac{v^2(t)}{2} = Pt \Rightarrow v(t) = \sqrt{\frac{2Pt}{M}}.$$

Legge oraria velocità

Legge oraria spazio:

$$v(t) = \frac{d}{dt}x(t) \Rightarrow x(t) = \overset{\text{"}0}{x(0)} + \int_0^t v(t)dt =$$

$$= 0 + \int_0^t \sqrt{\frac{2P}{M}}\, t^{\frac{1}{2}} dt = \sqrt{\frac{2P}{M}} \left(\frac{t^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1}\right)_0^t =$$

$$= \sqrt{\frac{2P}{M}}\left(\frac{t^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\right) = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{2P}{M}}\, t^{\frac{3}{2}} = \sqrt{\frac{8P}{9M}}\, t^{\frac{3}{2}}.$$

In quanto tempo percorro lo spazio d?

$$x(\Delta t) = \sqrt{\frac{8}{9}\frac{P}{M}}\,\Delta t^{\frac{3}{2}} = d$$

$$\Delta t = \left(d\left(\frac{9M}{8P}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$\Delta t = d^{\frac{2}{3}}\left(\frac{9}{8}\frac{M}{P}\right)^{\frac{1}{3}}.$$

~~$v(\Delta t)$~~

Dall'ultima espressione, ricavo P:

$$(8P)^{\frac{1}{3}}\Delta t = d^{\frac{2}{3}}(9M)^{\frac{1}{3}}$$

$$8P\,\Delta t^3 = d^2\,9M$$

$$\boxed{P = d^2\,\frac{9M}{8\Delta t^3}}.$$