Corso di recupero di Fisica 2019/2020

Dario Madeo

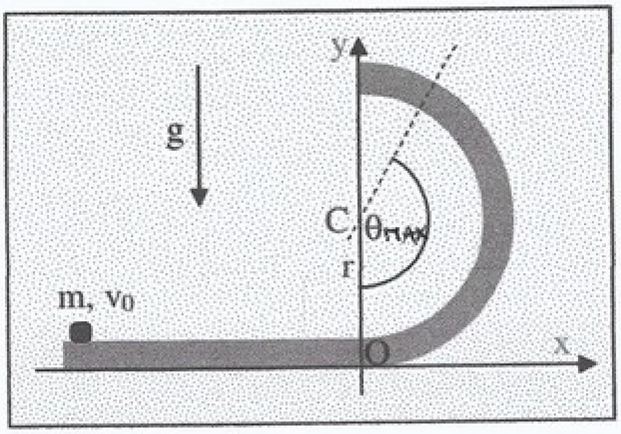
Lezione del 17/04/2020

madeo@diism.unisi.it
madeo@dii.unisi.it
http://www.dii.unisi.it/~madeo/crf/crf1920.html

Esercizio estratto dall'esame di Fisica 1 del 24 Gennaio 2012

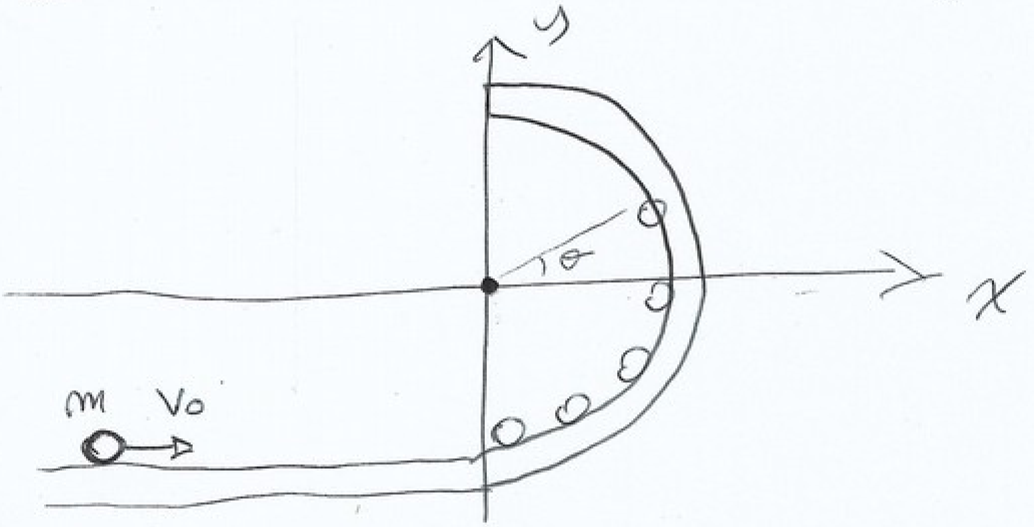
Esercizio 1

Si ha un profilo liscio come quello rappresentato in figura (un tratto orizzontale seguito da una semicirconferenza di raggio r, giacente sul piano verticale). Un corpo puntiforme di massa m viene lanciato verso destra sul tratto orizzontale e si osserva che esso segue il profilo fino ad aver percorso un arco di semicirconferenza il quale sottende un angolo θ_{MAX} di 150°. Si chiede di determinare:



a) il modulo e le componenti del vettore velocità $\underline{\mathbf{v}}_1$ all'istante del distacco;
b) la velocità iniziale v_0 del corpo;
c) la reazione normale all'istante in cui la velocità del corpo è diretta verticalmente;
d) l'angolo di impatto con cui il corpo ricade sul tratto orizzontale della guida.

Cambiamo il sistema di riferimento.



Nella guida, si ha moto circolare $\Rightarrow$

Legge del moto

$$\begin{cases} m\ddot{x} = -mR\dot{\theta}^2\cos\theta - mR\ddot{\theta}\sin\theta \\ m\ddot{y} = -mR\dot{\theta}^2\sin\theta + mR\ddot{\theta}\cos\theta \end{cases}$$

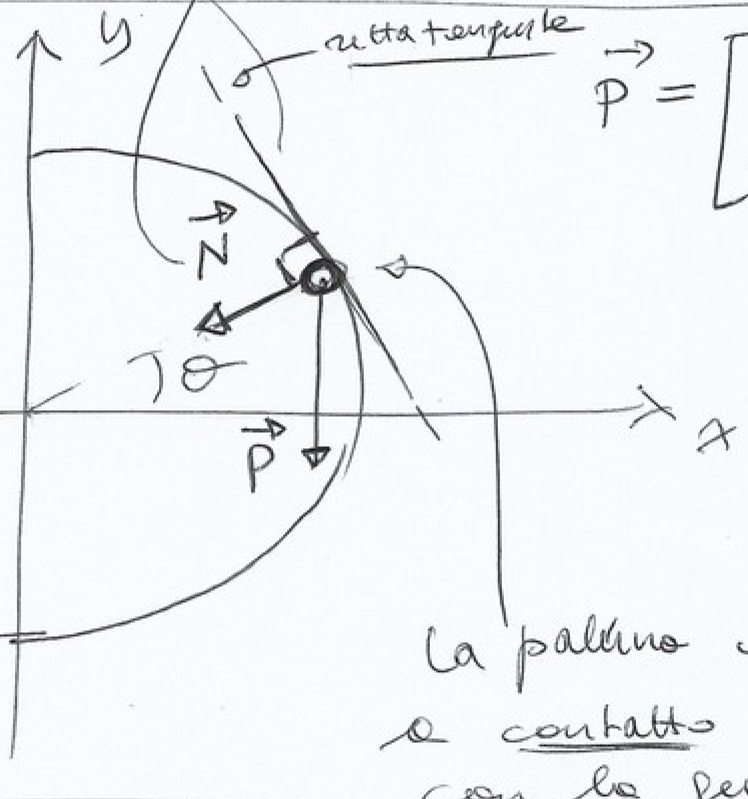
Visto durante la scorsa lezione!

$$m\begin{bmatrix}\ddot{x}\\ \ddot{y}\end{bmatrix} = mR\dot{\theta}^2\begin{bmatrix}-\cos\theta\\ -\sin\theta\end{bmatrix} + mR\ddot{\theta}\begin{bmatrix}-\sin\theta\\ +\cos\theta\end{bmatrix}$$

direzione centripeta $\vec{e}_{cp}$

direzione tangenziale $\vec{e}_T$

Cosa posso dire quando la pallina è in posizione θ?

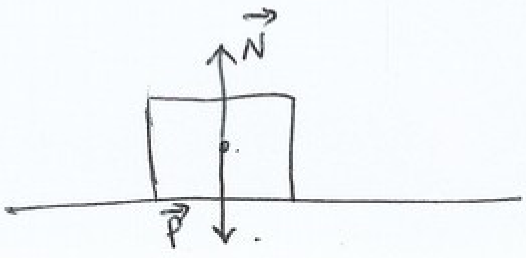


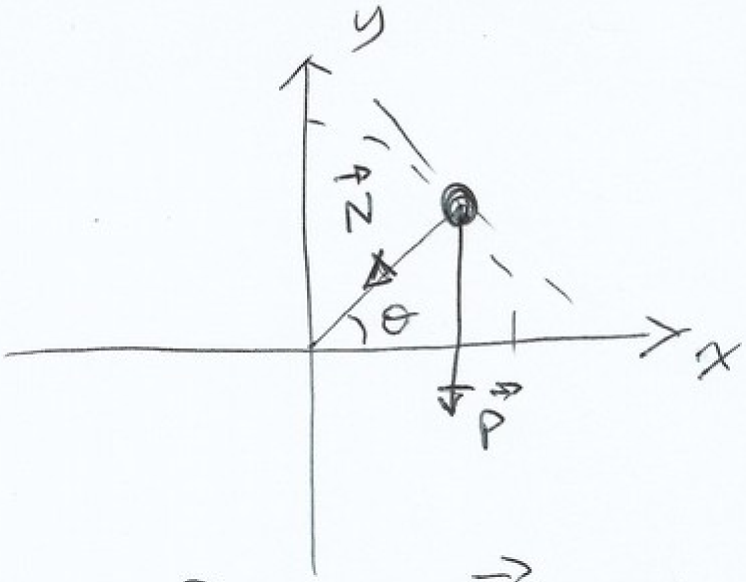
$$\vec{P} = \begin{bmatrix}0\\ -mg\end{bmatrix}$$

$\vec{N}$: forza normale

La pallina è a contatto con la guida!

La guida eserciterà sulla pallina una forza normale di reazione (III legge di Newton)





$$\vec{P} = \begin{bmatrix} 0 \\ -mg \end{bmatrix} \qquad \vec{N} = N\, \vec{e_{cp}} = N \begin{bmatrix} -\cos\theta \\ -\sin\theta \end{bmatrix}$$

$$\underline{N > 0}$$

$$\vec{F} = \vec{P} + \vec{N} = \begin{bmatrix} -N\cos\theta \\ -mg - N\sin\theta \end{bmatrix}$$

forza totale

$$\equiv$$

$$\underbrace{mR\dot{\theta}^2 \begin{bmatrix} -\cos\theta \\ -\sin\theta \end{bmatrix}}_{\text{centripeta}} + \underbrace{mR\ddot{\theta} \begin{bmatrix} -\sin\theta \\ +\cos\theta \end{bmatrix}}_{\text{tangenziale}}$$

Proiezioni ortogonali

$$\vec{F} = \underbrace{(\vec{F} \cdot \vec{e_T})}_{\text{prodotto scalare}} \vec{e_T} + \underbrace{(\vec{F} \cdot \vec{e_{CP}})}_{\text{prodotto scalare}} \vec{e_{CP}}$$

$$\|\vec{e_T}\| = \|\vec{e_{CP}}\| = 1$$

$$\vec{F} \cdot \vec{e_T} = \begin{bmatrix} -N\cos\theta \\ -mg - N\sin\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -\sin\theta \\ +\cos\theta \end{bmatrix} =$$

$$= (-N\cos\theta)(-\sin\theta) + (-mg - N\sin\theta)(+\cos\theta)$$

$$= +\cancel{N\cos\theta}\sin\theta - mg\cos\theta - \cancel{N\sin\theta}\cos\theta$$

$$= -mg\cos\theta .$$

$$\vec{F} \cdot \vec{e_{CP}} = \begin{bmatrix} -N\cos\theta \\ -mg - N\sin\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -\cos\theta \\ -\sin\theta \end{bmatrix} =$$

$$= (-N\cos\theta)(-\cos\theta) + (-mg - N\sin\theta)(-\sin\theta) =$$

$$= N\cos^2\theta + mg\sin\theta + N\sin^2\theta$$

$$= N + mg\sin\theta .$$

$$\vec{F} = -mg\cos\theta\,\vec{e_T} + (N + mg\sin\theta)\,\vec{e_{cp}}$$

$$= mR\ddot{\theta}\,\vec{e_T} + mR\dot{\theta}^2\,\vec{e_{cp}}$$

$$\begin{cases} -g\cos\theta = R\ddot{\theta} \\ \boxed{N + mg\sin\theta = mR\dot{\theta}^2} \end{cases}$$

$$\ddot{\theta} = -g\frac{\cos\theta}{R} \neq 0 \Rightarrow$$ Il moto non è uniforme!

$\underline{N > 0}$ $\Rightarrow N = mR\dot{\theta}^2 - mg\sin\theta > 0$

$$\Downarrow$$

$$\dot{\theta}^2 > g\frac{\sin\theta}{R}$$

$\rightarrow$ È necessaria una velocità sufficientemente alta per avere forza centripeta, e dunque moto circolare.

$\Downarrow$

Ingrediente essenziale per avere moto circolare

La pallina raggiunge $\theta = \theta_{MAX}$ e si stacca.

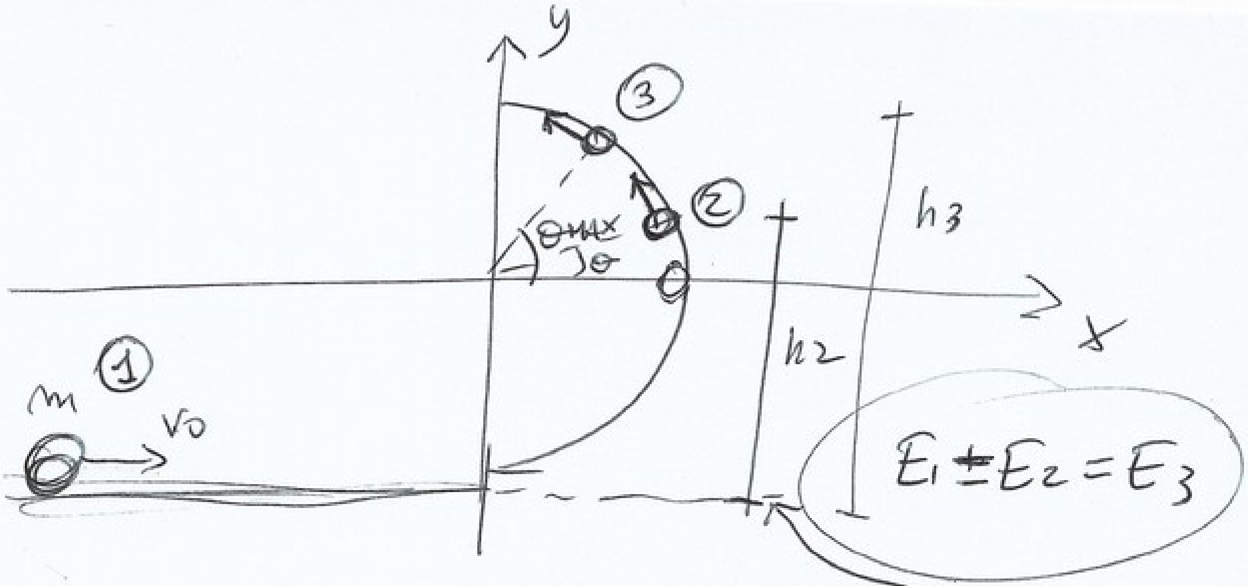
Si stacca $\Rightarrow$ Non c'è più contatto con la guida

$\Rightarrow$ $N = 0$ (cessa di esistere la forza normale)

$$\cancel{\theta_{MAX}} \quad \boxed{\theta = \theta_{MAX} \Rightarrow N = 0}$$

Non essendo presenti forze dissipative, ho che l'energia meccanica si conserva!

$$\underset{\substack{\uparrow \\ \text{energia} \\ \text{meccanica}}}{E} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{energia} \\ \text{cinetica}}}{K} + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{energia} \\ \text{potenziale}}}{U} \equiv \text{costante}$$



$$E_1 = K_1 + U_1 = \frac{1}{2} m v_0^2 + 0$$

pavimento

quota 0

$$E_2 = K_2 + U_2 = \frac{1}{2} m v_2^2 + m g h_2$$

$$E_3 = K_3 + U_3 = \frac{1}{2} m v_3^2 + m g h_3$$

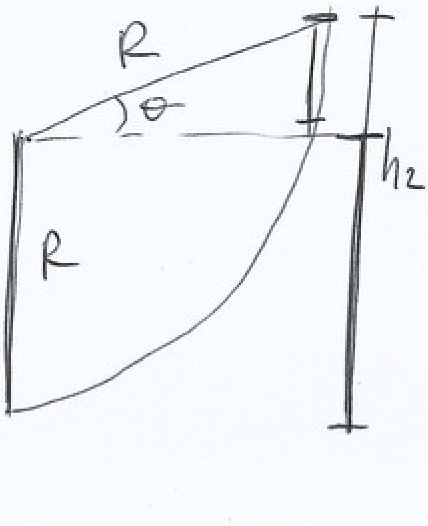
$v_2 = R\dot{\theta}(\theta)$

velocità tangenziale del corpo

$v_3 = R\dot{\theta}(\theta_{MAX})$

$h_2 = R + R\sin\theta$

$h_3 = R + R\sin\theta_{MAX}$



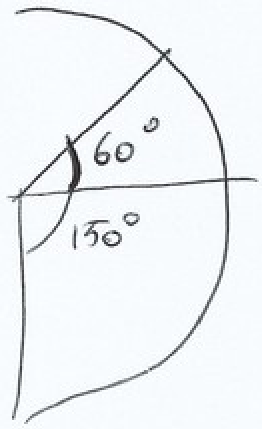
$$E_1 = \frac{1}{2} m V_0^2 \leftarrow$$

$$E_2 = \frac{1}{2} m R^2 \dot{\theta}^2(\theta) + mgR(1 + \sin\theta)$$

$$E_3 = \frac{1}{2} m l^2 \dot{\theta}^2(\theta_{MAX}) + mgR(1 + \sin\theta_{MAX}) \leftarrow$$

$$E_1 = E_3$$

$$\frac{1}{2} m V_0^2 = \frac{1}{2} m R^2 \underbrace{\dot{\theta}^2(\theta_{MAX})} + mgR(1 + \sin\theta_{MAX})$$



$$\theta_{MAX} = 60° = \frac{\pi}{3}$$

$$\dot{\theta}^2\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\frac{1}{2} \cancel{m} V_0^2 - \cancel{m} gR\left(1 + \sin\frac{\pi}{3}\right)}{\frac{1}{2} \cancel{m} R^2}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} V_0^2 - gR\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{\frac{1}{2} R^2} =$$

$$= \frac{V_0^2 - 2gR\left(\frac{2 + \sqrt{3}}{2}\right)}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}}{R^2} =$$

$$= \frac{V_0^2 - 2gR\left(\frac{2 + \sqrt{3}}{2}\right)}{R^2}.$$

$$N(\theta_{MAX}) = \begin{cases} mR\,\dot{\theta}^2(\theta_{MAX}) - mg\sin\theta_{MAX} = 0 \\ \dot{\theta}^2(\theta_{MAX}) = \dfrac{v_0^2 - 2gR\left(\frac{2+\sqrt{3}}{2}\right)}{R^2} \end{cases}$$

$$\cancel{m}R\,\dot{\theta}^2\left(\frac{\pi}{3}\right) = \cancel{m}g\sin\frac{\pi}{3}$$

$$\boxed{\dot{\theta}^2\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{g}{R}\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

Velocità angolare al momento del distacco

$$\frac{g}{R}\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{v_0^2 - 2gR\left(\frac{2+\sqrt{3}}{2}\right)}{R^2}$$

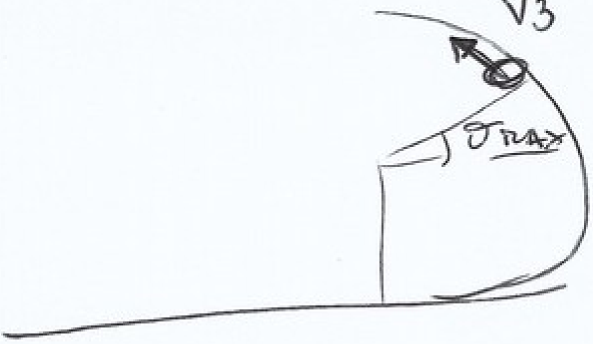
$$v_0^2 = R^{\cancel{2}}\frac{g\sqrt{3}}{\cancel{R}\,2} + \cancel{2}gR\left(\frac{2+\sqrt{3}}{\cancel{2}}\right)$$

$$v_0^2 = Rg\frac{\sqrt{3}}{2} + Rg\left(2+\sqrt{3}\right)$$

$$= Rg\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + 2 + \sqrt{3}\right) =$$

$$= Rg\left(2 + \frac{3\sqrt{3}}{2}\right).$$

$$\Rightarrow \quad v_0 = \sqrt{Rg\left(\frac{4+3\sqrt{3}}{2}\right)}.$$



$$V_3 = R\,\dot{\theta}(\theta_{MAX})$$

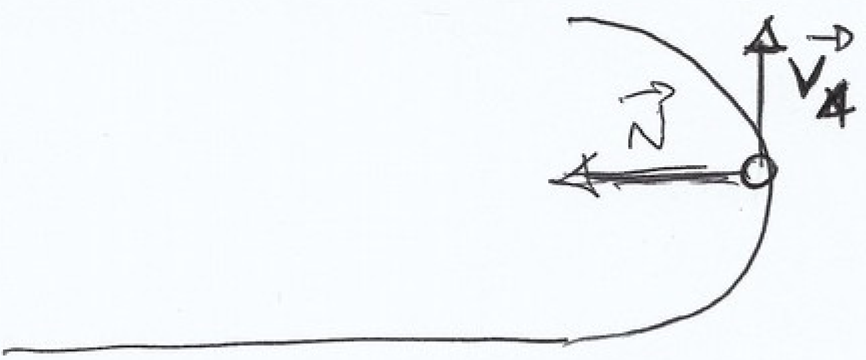
$$V_3 = R\sqrt{\frac{g}{R}\,\frac{\sqrt{3}}{2}}\,.$$

$$\boxed{V_3 = \sqrt{Rg\,\frac{\sqrt{3}}{2}}} = \text{Modulo della velocità tangenziale}$$

$$\vec{V_3} = V_3\,\vec{e_T} \longrightarrow \theta = \theta_{MAX} = \frac{\pi}{3}$$

$$= \sqrt{Rg\frac{\sqrt{3}}{2}}\begin{bmatrix} -\sin\frac{\pi}{3} \\ +\cos\frac{\pi}{3} \end{bmatrix}$$

$$= \sqrt{Rg\frac{\sqrt{3}}{2}}\begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}.$$



$\boxed{\theta = 0}$

$\vec{V}_4 = v_4 \, \vec{e}_T$

$$\vec{e}_T = \begin{bmatrix} -\sin\theta \\ +\cos\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$N(\theta=0) = mR\dot\theta^2(0) - mg\sin 0$$

$$\left(N(\theta) = mR\dot\theta^2 - mg\sin\theta \right)$$

$$N(\theta=0) = mR\dot\theta^2(0) - mg\cdot 0$$

$$= m\,\dot\theta^2(0)$$

$\dot\theta^2(0)$ è incognita come lo era $\dot\theta(\theta_{max})$. La calcolo con la conservazione dell'energia meccanica.

$$E_1 = E_4$$

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} mR^2\dot\theta^2(0) + mgR(1+\sin 0)$$

$$v_0^2 = Rg\left(\frac{4+3\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}\cancel{R}g\left(\frac{4+3\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{1}{2}\cancel{m}R^{\cancel{2}}\dot{\theta}^2(0) + \cancel{m}g\cancel{R}\cdot 1$$

$$g\left(\frac{4+3\sqrt{3}}{4}\right) = \frac{1}{2}R\,\dot{\theta}^2(0) + g$$

$$\frac{1}{2}R\,\dot{\theta}^2(0) = g\left(\frac{4+3\sqrt{3}}{4} - 1\right)$$

$$\dot{\theta}^2(0) = \frac{\cancel{2}^{1}}{R}g\left(\frac{4+3\sqrt{3}-4}{\cancel{4}_2}\right)$$

$$\boxed{\dot{\theta}^2(0) = \frac{g}{R}\cdot\frac{3\sqrt{3}}{2}}$$

$$\Rightarrow N(\theta=0) = mR\,\dot{\theta}^2(0)$$

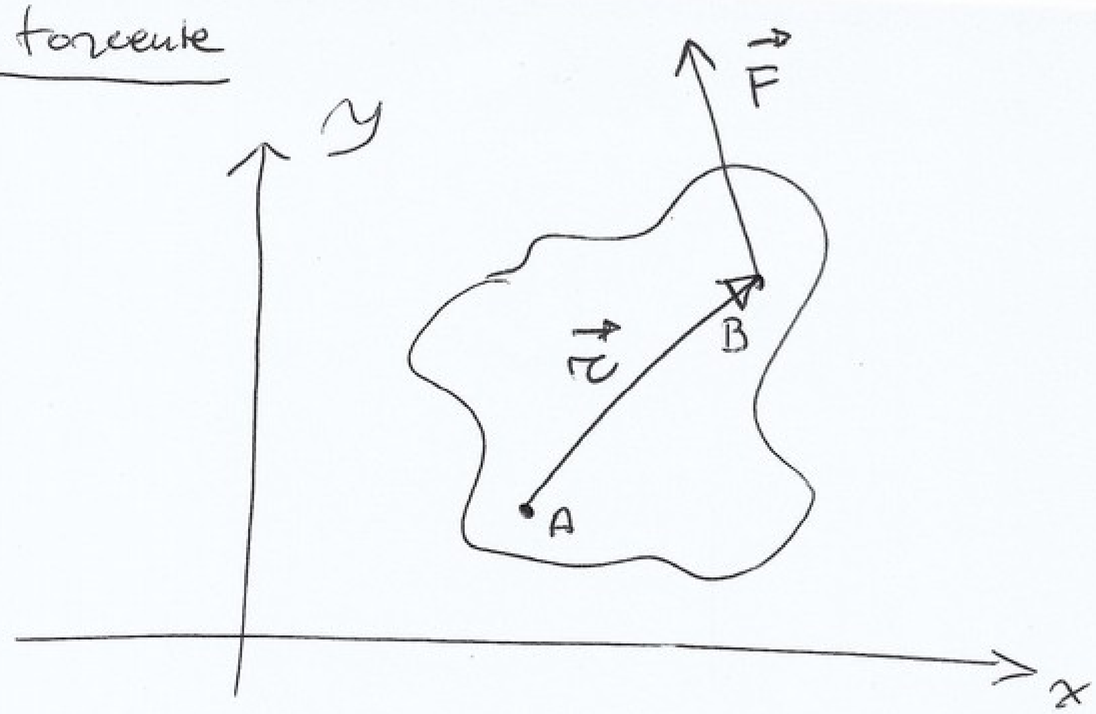
$$= mg\,\frac{3\sqrt{3}}{2}.$$

$$\vec{N}(\theta=0) = mg\,\frac{3\sqrt{3}}{2}\,\vec{e_{cp}}$$

$$= mg\,\frac{3\sqrt{3}}{2}\begin{bmatrix}-\cos 0\\ -\sin 0\end{bmatrix}$$

$$= mg\,\frac{3\sqrt{3}}{2}\begin{bmatrix}-1\\ 0\end{bmatrix}$$

Momento torcente



A: asse rotazione ortogonale al foglio

B: punto di applicazione

$$\vec{r} = \vec{B} - \vec{A}$$ (rivedere teoria su versori)

In $\mathbb{R}^2$

$$\vec{r} = \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \vec{F} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underset{\substack{\uparrow \\ \text{Momento torcente}}}{\vec{\tau}} = \vec{r} \times \vec{F} = \det \begin{pmatrix} \vec{x} & \vec{y} & \vec{z} \\ r_x & r_y & (r_z) \\ F_x & F_y & (F_z) \end{pmatrix}$$

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{y} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \vec{z} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Versori

$r_z = 0 \quad , \quad F_z = 0$

$$\vec{\tau} = \det \begin{pmatrix} \vec{x} & \vec{y} & \vec{z} \\ r_x & r_y & 0 \\ F_x & F_y & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \vec{z} \cdot r_x F_y - \vec{z}\, r_y F_x = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ r_x F_y - r_y F_x \end{bmatrix}$$

Accade nel 99% degli esercizi in cui è importante usare il momento torcente.

$$\boxed{\tau_z = r_x F_y - r_y F_x}$$

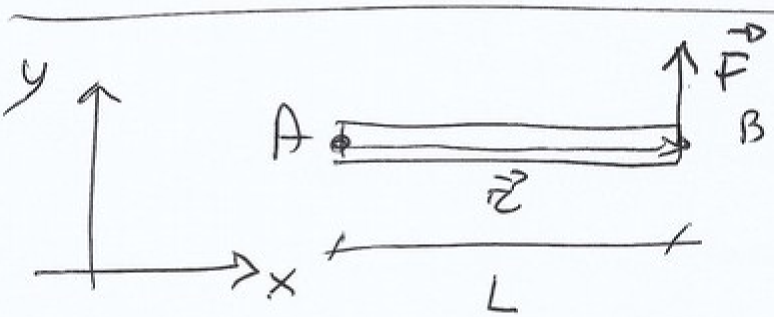
Altri casi

ESERCIZIO

$$\vec{r} = \begin{bmatrix} r_x \\ 0 \\ r_z \end{bmatrix} \quad \vec{F} = \begin{bmatrix} F_x \\ 0 \\ F_z \end{bmatrix} \qquad \tau_y = \dots$$

$$\vec{r} = \begin{bmatrix} 0 \\ r_y \\ r_z \end{bmatrix} \quad \vec{F} = \begin{bmatrix} 0 \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} \qquad \tau_x = \dots$$

Alcuni casi notevoli con $r_z = 0$ e $F_z = 0$



$$\vec{r} = \begin{bmatrix} L \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{F} = \begin{bmatrix} 0 \\ F_y \end{bmatrix}$$

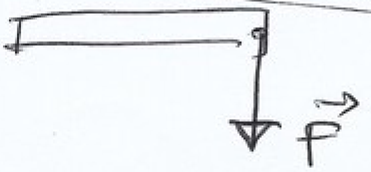
$$C_A \quad \boxed{\tau_z = r_x F_y - r_y F_x = L F_y}$$

Caso in cui $\vec{r}$ ed $\vec{F}$ sono ortogonali!

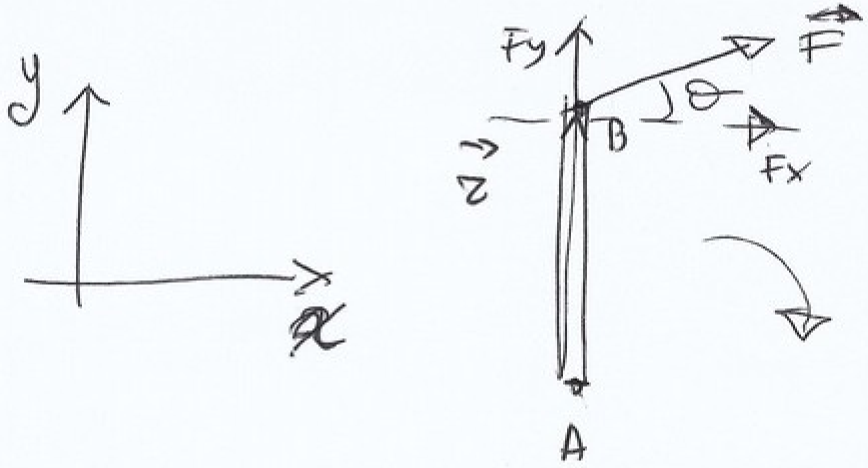
$$\vec{r} \cdot \vec{F} = L \cdot 0 + 0 \cdot F_y = 0$$

Notare che:

- $F_y > 0 \Rightarrow$ Rotazione antioraria $\equiv$ positiva $\Rightarrow$ VEDI REGOLA DELLA MANO DESTRA
- $F_y < 0 \Rightarrow$ Rotazione oraria $\equiv$ negativa



$$\tau_z = L F_y < 0.$$



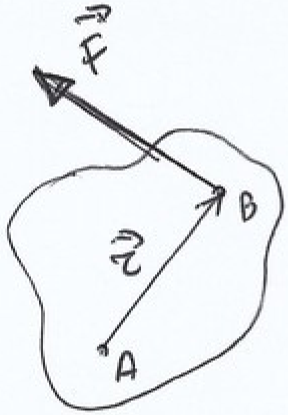
$$\vec{r} = \begin{bmatrix} 0 \\ L \end{bmatrix}$$

$$\vec{F} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix}$$

$$\vec{F} = F \begin{bmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{bmatrix}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \tau_z &= r_x F_y - r_y F_x \\ &= -\underline{L F_x} \\ &= -L F \cos\theta \end{aligned}}$$

La forma di τ_z in generale dipende da come scelgo l'angolo!



Ipotesi

$$\boxed{\vec{F} \perp \vec{r}}$$

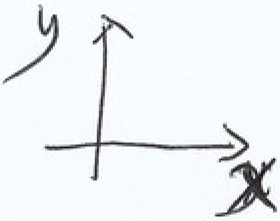
Succede spesso

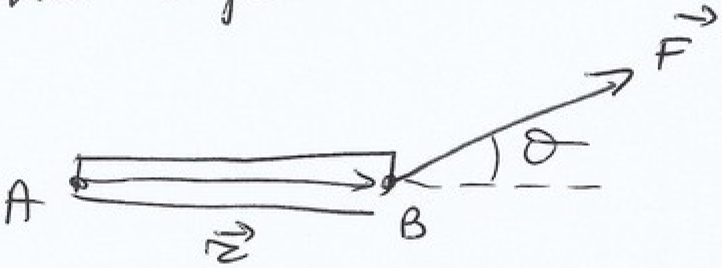
$$\boxed{\tau = \pm |\vec{F}| \cdot |\vec{r}|}$$

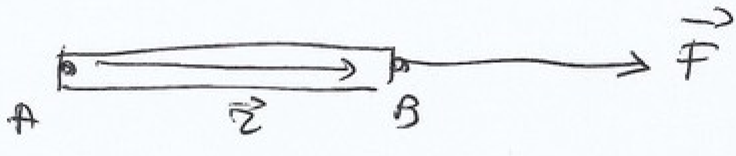
$\pm$ dipende dalla regola della mano destra

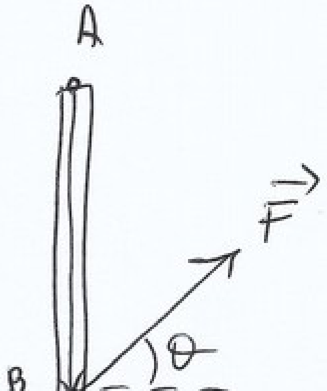
Esercizio

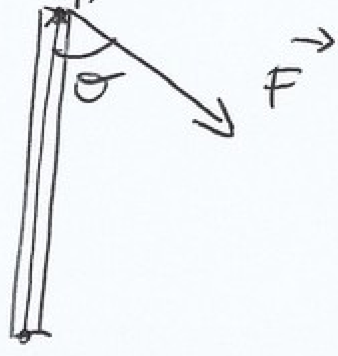
Calcolare τ_z nei seguenti casi:











Cosa fare quando la forza che provoca il momento torcente non è nota a priori?

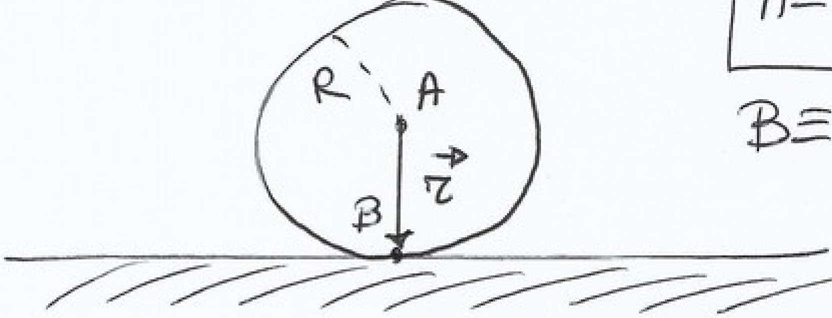
Es. forza di attrito statico!

$\Downarrow$

$\boxed{\text{LEGATA AL}}$

$\Downarrow$

Moto di puro rotolamento!



$\boxed{A \equiv CDM \equiv \text{centro di rotazione}}$

$B \equiv$ punto di contatto $\equiv$ punto di applicazione della forza di attrito statico

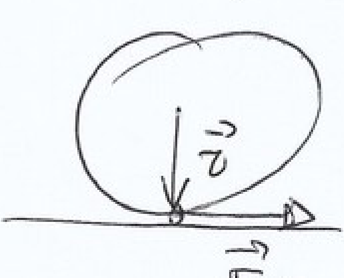
$$\vec{\tau} = \begin{bmatrix} 0 \\ -R \end{bmatrix}$$

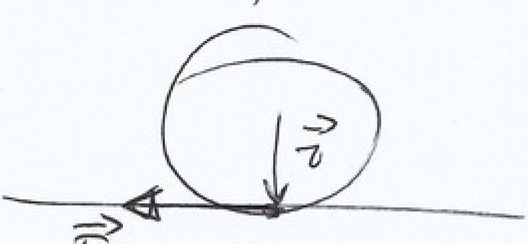
$$\vec{F_A} = \begin{bmatrix} F_A \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\boxed{F_A \in \mathbb{R}}$

$\|\vec{F_A}\| = |F_A|$
modulo valore assoluto

$F_A > 0$ $F_A < 0$





$$\tau_z = ?$$

1) $F_A > 0$

$$\tau_z = + |\vec{F_A}| \cdot |\vec{r}|$$

$$= \underset{\substack{\uparrow \\ \text{mano destra}}}{+} F_A \cdot R$$

2) $F_A < 0$

$$\tau_z = |\vec{F_A}| \cdot |\vec{r}|$$

$$= \underset{\substack{\uparrow \\ \text{mano destra}}}{-} (-F_A) \cdot R$$

$$= + F_A R .$$

Ipotesi di lavoro: $\vec{F_A} \perp \vec{r}$

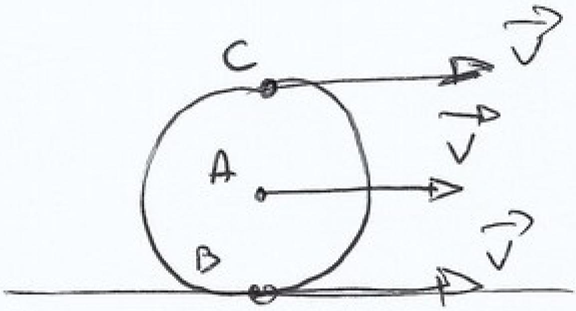
In entrambi i casi:

$$\boxed{\tau_z = + F_A R \quad \forall F_A \in \mathbb{R}}$$

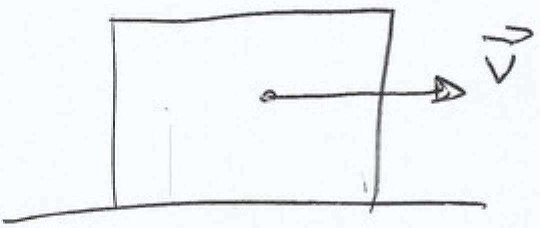
Moto di puro rotolamento

È composizione di
- moto traslatorio
- moto rotatorio

Moto traslatorio

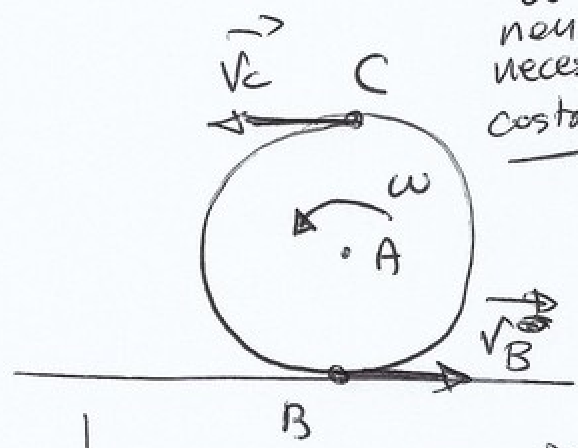


$\equiv$



Moto rotatorio

ω non necessariamente costante



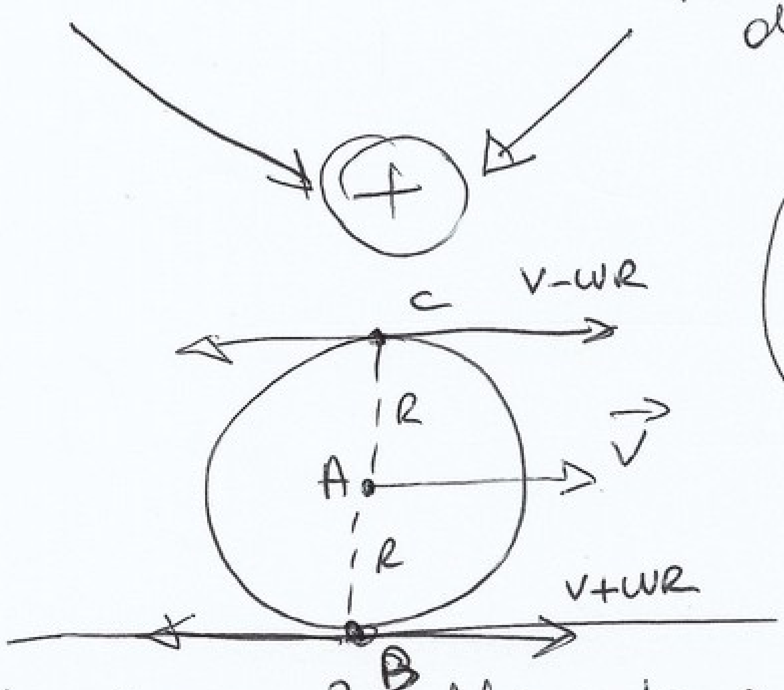
$$\vec{V_C} = \omega R \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{V_B} = \omega R \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

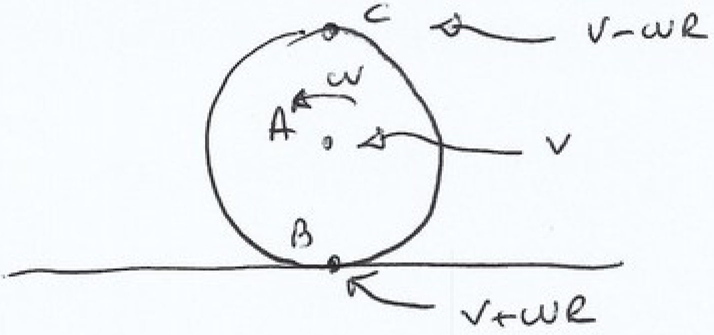
Velocità tangenziali delle estremità.

$$\vec{V_A} = \omega \cdot 0 \cdot \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

↑ raggio = 0



Quale direzione? Non note a priori!



v: velocità del centro di massa
ω: velocità angolare rispetto al centro di massa

II legge di Newton : $\boxed{M\vec{a} = \vec{F}}$

$$\vec{a} = \frac{d}{dt}\vec{v}$$

II cardinale : $\boxed{\begin{array}{l} I\alpha = \tau \\ \alpha = \frac{d}{dt}\omega \end{array}}$

leggi del moto

Se non c'è slittamento tra cilindro e pavimento, allora si ha moto di puro rotolamento.

$\Rightarrow$ Velocità del punto di contatto è 0!

$\Rightarrow$ $V_B = 0$ $\Rightarrow$ $\boxed{v + \omega R = 0}$

$\Downarrow$

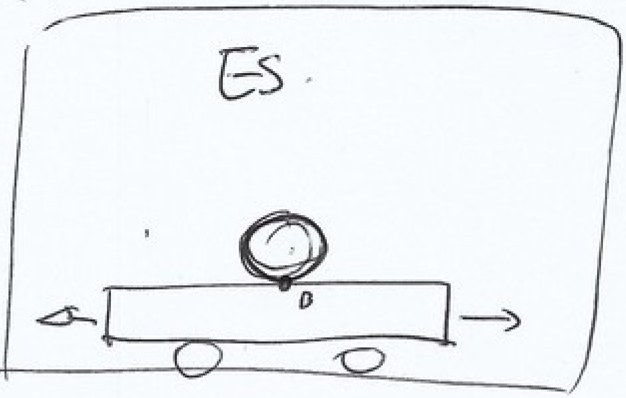
Moto di puro rotolamento

$$v + \omega R = 0 \implies \boxed{a + \alpha R = 0}$$

Per non avere slittamento, allora

$$\boxed{V_B = V_{PAVIMENTO}}$$

Velocità del punto di contatto



$$V + \omega R = V_{PAVIMENTO}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{a + \alpha R = a_{PAVIMENTO}}$$

<u>NOTA</u>

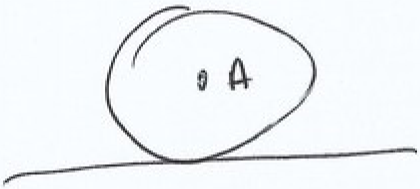
$$I\alpha = \tau \qquad \equiv I\ddot{\theta} = \tau$$

$\ddot{\theta}$ compare nel termine temporale del moto circolare.

$\implies$ τ è l'entità fisica che crea non uniformità nel moto circolare.

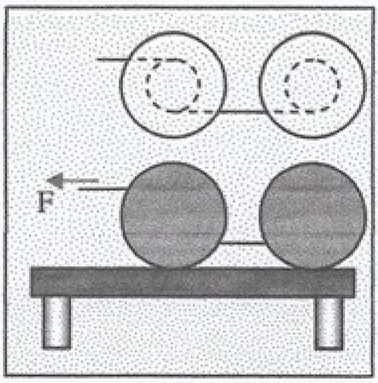
Stiamo ragionando con rotazioni intorno all'asse z.

$\Rightarrow$ I è il momento di inerzia del corpo rispetto all'asse parallelo a z e passante per il ~~per il su~~ COM del corpo.



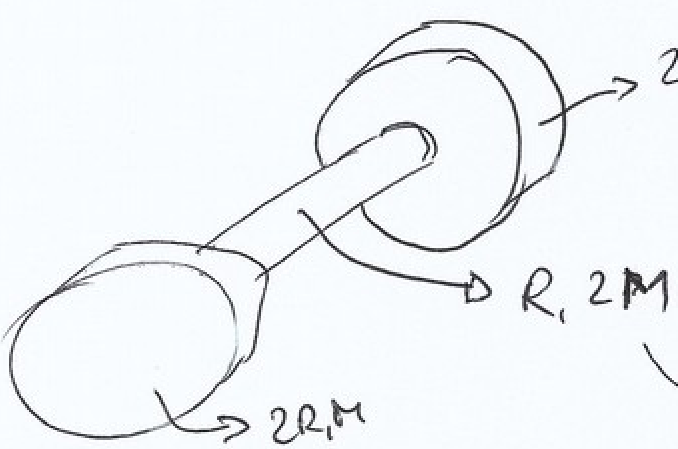
$A \equiv \underline{COM} \equiv$ centro di rotazione

Esercizio estratto dall'esame di Fisica 1 del 17 Settembre 2015



Esercizio 2

Si hanno due rocchetti uguali inizialmente fermi. Ogni rocchetto è costituito da tre cilindri solidali e coassiali. Il cilindro intermedio ha raggio R e massa 2M mentre quelli laterali hanno raggio 2R e massa M. Questi oggetti sono sopra un piano orizzontale scabro sul quale rotolano senza strisciare. Una corda avvolta sul cilindro intermedio del rocchetto di sinistra (vd. figura) viene tirata con un'assegnata forza F. Un'altra corda avvolta come in figura, fa sì che anche l'altro rocchetto si metta in movimento. Calcolare l'accelerazione angolare di ciascun rocchetto, il lavoro svolto da F ad un generico ~~istante t~~ ed il rapporto fra le tensioni delle due corde.

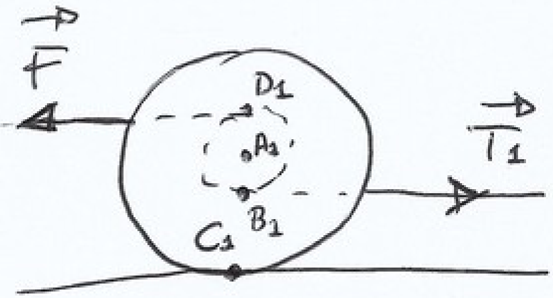


$$\Rightarrow I = \frac{1}{2} M (2R)^2 + \frac{1}{2} M (2R)^2 + \frac{1}{2} 2M (R)^2$$

$$= 5 M R^2$$

$$M_{TOT} = M + 2M + M = 4M.$$

Diagramma delle forze per ogni corpo



$$\vec{F} = \begin{bmatrix} -F \\ 0 \end{bmatrix} \quad F > 0$$

$$\vec{T_1} = \begin{bmatrix} T_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad T_1 > 0$$

Per C_1 agisce la forza di attrito statico.

$$\vec{F_{A1}} = \begin{bmatrix} F_{A1} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad F_{A1} \in \mathbb{R}.$$

$A_1 \equiv$ COM

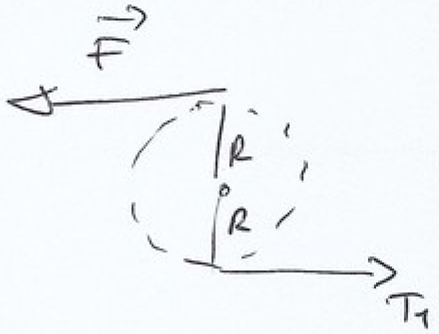
$$\left.\begin{array}{l} B_1 \equiv \text{punto di applicazione di } \vec{T_1} \\ C_1 \equiv \text{punto di applicazione di } \vec{F_{A2}} \\ D_1 \equiv \text{punto di applicazione di } \vec{F} \end{array}\right\} \text{Contano per il calcolo di } \tau.$$

NOTA Nonostante le forze agiscono in punti diversi dello stesso corpo, la II legge di Newton si scrive sempre assumendo che tutte queste forze agiscano ~~nel~~ nel COM.

$$4Ma_1 = -F + T_1 + F_{A1}$$

acc.

rocchetto 1

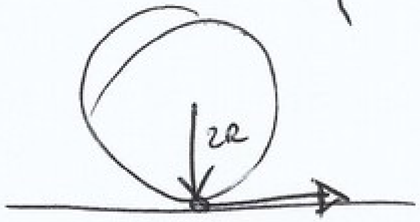


$$\underbrace{5MR^2}_{I} \cdot \alpha_1 = + R \cdot T_1 + R \cdot F + + \underbrace{2RF_{A1}}$$

$$\begin{cases} 4Ma_1 = -F + T_1 + F_{A1} \\ 5MR^2\alpha_1 = RT_1 + RF + 2RF_{A1} \\ a_1 + \underbrace{2R}\alpha_1 = 0 \end{cases}$$

Equazioni del moto

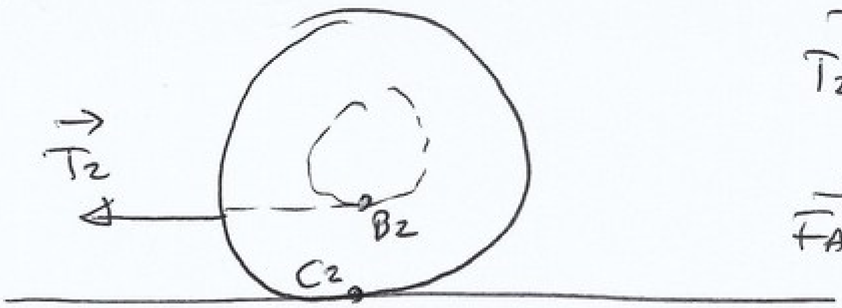
← Condizione di puro rotolamento



$F_{A1} > 0 \Rightarrow \tau > 0$

$F_{A1} < 0 \Rightarrow \tau < 0$

$\tau = 2RF_{A1}$



$$\vec{T_2} = \begin{bmatrix} -T_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{F_{A2}} = \begin{bmatrix} F_{A2} \\ 0 \end{bmatrix} \quad F_{A2} \in \mathbb{R}$$

$$\begin{cases} 4Ma_2 = -T_1 + F_{A2} \\ 5MR^2\alpha_2 = -T_1R + 2RF_{A2} \\ a_2 + \alpha_2 2R = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4Ma_1 = -F + F_{A1} + T_1 \\ 5MR^2\alpha_1 = T_1R + FR + 2RF_{A1} \\ a_1 + 2R\alpha_1 = 0 \\ 4Ma_2 = -T_1 + F_{A2} \\ 5MR^2\alpha_2 = -T_1R + 2RF_{A2} \\ a_2 + 2R\alpha_2 = 0 \\ \boxed{V_1 = V_2 \Rightarrow a_1 = a_2} \end{cases}$$

7
~~6~~ equazioni

Incognite

T_1, F_{A1}, F_{A2}

$\underbrace{a_1, a_2, \alpha_1, \alpha_2}_{7}$

incognite!

$\Downarrow$

I 2 rocchetti si muovono insieme con la stessa velocità

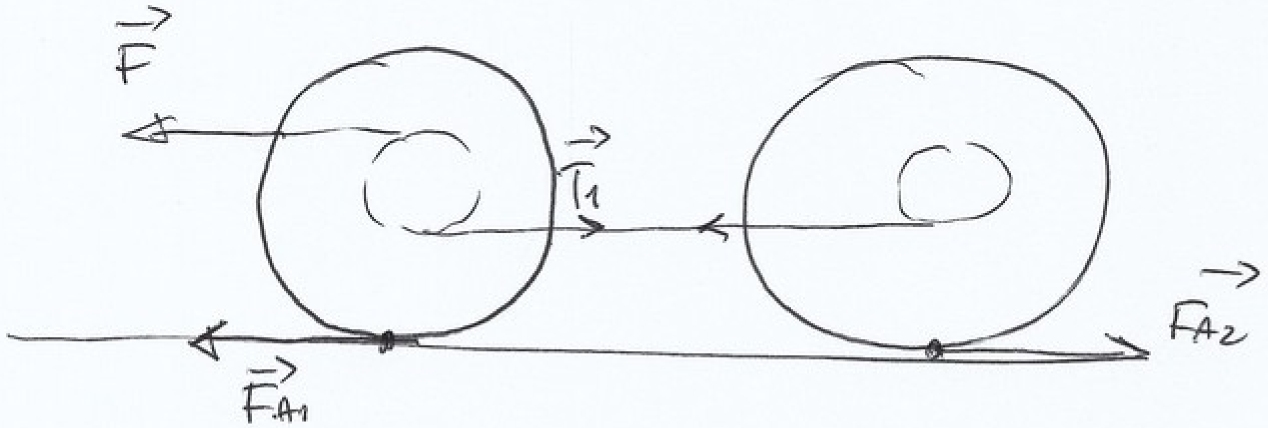
$$a_1 = a_2 = -\frac{F}{7M} < 0 \Rightarrow \text{Moto verso sinistra}$$

$$T_1 = \frac{3}{2}F$$

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \frac{F}{14MR} > 0 \Rightarrow \text{Le ruote girano in senso antiorario}$$

$$F_{A_1} = -\frac{15}{14}F \quad < 0$$

$$F_{A_2} = \frac{13}{14}F \quad > 0$$



NB <u>Esercizio</u> Calcolare lavoro svolto da F all'istante t.

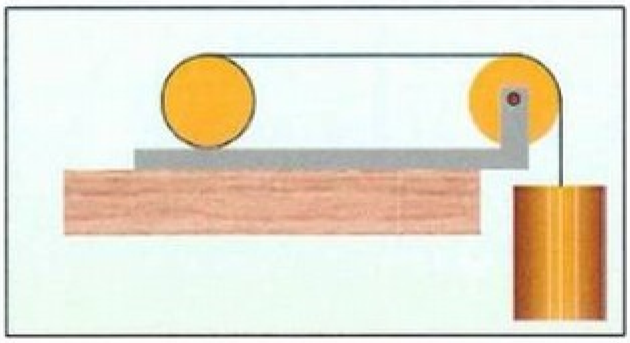
<u>OSS</u> $a_1 = a_2 =$ costante.

Esercizio per casa

Esercizio estratto dall'esame di Fisica 1 del 4 Luglio 2003

Esercizio 2

Un cilindro di massa M, raggio R e momento d'inerzia I rispetto all'asse di simmetria, poggia su un binario orizzontale su cui rotola senza strisciare. Sul cilindro è avvolto del filo inestensibile di massa trascurabile che, tramite una carrucola (costituita da un cilindro identico al primo) sostiene un terzo cilindro identico ai primi due.



Calcolare:

a) le tensioni dei due tratti di filo liberi
b) l'accelerazione angolare della carrucola e del cilindro appoggiato
c) la velocità del cilindro sospeso se il sistema è lasciato libero (da fermo) per il tempo Δt necessario a far compiere una rotazione completa alla carrucola
d) la durata dell'intervallo di tempo Δt.