Corso di recupero di Fisica 2018/2019

Dario Madeo

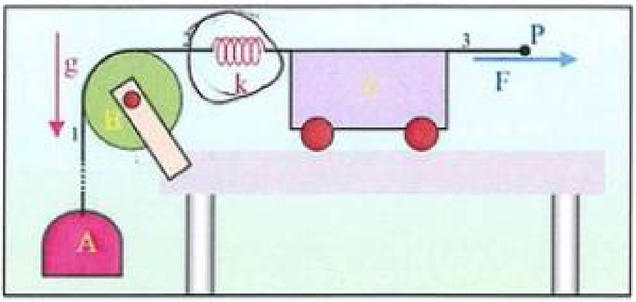
Lezione del 01/07/2019

madeo@dii.unisi.it
http://www.dii.unisi.it/~madeo/crf/crf1819.html

Esercizio estratto dall'esame di Fisica 1 del 21 Giugno 2019

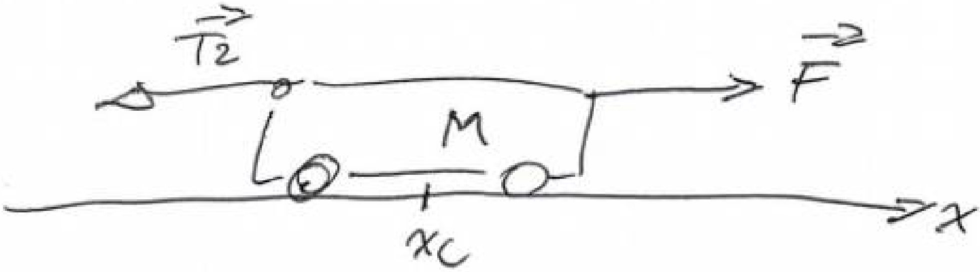
Esercizio 1

La figura mostra tre corpi di eguale massa M: A è una massa sospesa che si muove verticalmente, B è una carrucola (cilindro omogeneo) di raggio R che ruota liberamente intorno al proprio asse, C è un carrello che scorre senza attriti su un piano orizzontale. Inoltre c'è una molla di costante elastica k e dei fili ideali (massa trascurabile, inestensibili e impossibilitati a scorrere sulla carrucola). Si applica una forza verso destra al punto P, tale da mantenere la molla costantemente allungata di un certo tratto Δx. Al tempo $t=0$, il carrello ha velocità v_0 verso destra. Quanto è intensa la forza applicata? A quale istante sarà raddoppiata la velocità del carrello? Quanti giri avrà compiuto la carrucola, nel frattempo? Quanto lavoro ha svolto chi ha esercitato la forza?



[Per uniformità, indicare con le tensioni dei tratti di filo 1, 2, con T_1, T_2.]

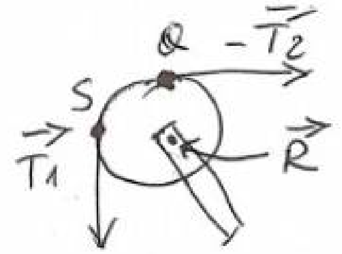
Diagramma delle forze agenti sul corpo C (carrello)



$$\vec{F} = \begin{bmatrix} F \\ 0 \end{bmatrix}, \; F > 0 \qquad \vec{T_2} = \begin{bmatrix} -T_2 \\ 0 \end{bmatrix}, \; T_2 > 0$$

$$\boxed{M \ddot{x}_C = F - T_2}$$

Diagramma delle forze agenti sul corpo B (carrucola)



$$\vec{T}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -T_1 \end{bmatrix} \quad T_1 > 0$$

$$\vec{R} = \begin{bmatrix} R_x \\ R_y \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2$$

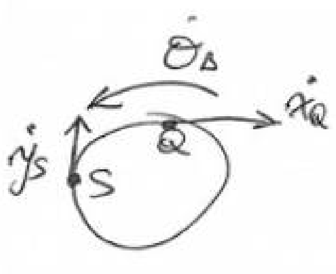
$$\left[\begin{array}{ll} M\ddot{x}_B = T_2 + R_x = 0 & (\ddot{x}_B = 0) \\ M\ddot{y}_B = -T_1 + R_y = 0 & (\ddot{y}_B = 0) \end{array}\right] \text{Inutile}$$

Le due equazioni precedenti descrivono la statica del CDM del corpo B.
Non ci servono! Infatti ci interessa la dinamica rotatoria:

$$\boxed{I\ddot{\theta}_B = (T_1 - T_2)R} \qquad I = \frac{1}{2}MR^2.$$

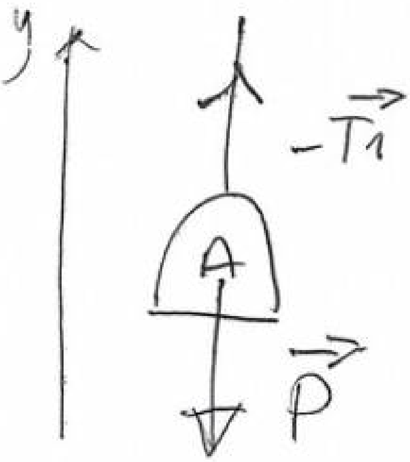
Cosa si può dire sulle velocità tangenziali dei punti S e Q?

$$\left.\begin{array}{l} \dot{x}_Q = -\dot{\theta}_B R \\ \dot{y}_S = -\dot{\theta}_B R \end{array}\right] \rightarrow \text{Velocità tangenziale}$$



Come è noto, la velocità tangenziale è legata alla velocità angolare.
Occhio ai segni!

Diagramma delle forze agenti sul corpo A (massa appesa)



$$\vec{P} = \begin{bmatrix} 0 \\ -Mg \end{bmatrix}$$

$$\boxed{M\ddot{y}_A = T_1 - Mg}$$

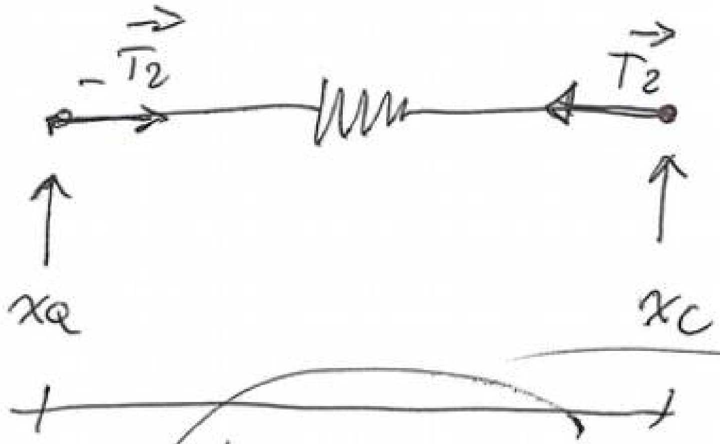
Per l'inestensibilità della fune 1, si ha che la velocità del corpo A è pari alla velocità tangenziale del punto S sulla carrucola. In altri termini:

$$\dot{y}_A = \dot{y}_S$$

Derivando nel tempo la precedente equazione, si ha che anche le accelerazioni sono uguali:

$$\ddot{y}_A = \ddot{y}_S$$

Analizziamo la fune 2 e la molla.



$$\Delta x = x_C - x_Q \equiv \text{costante nel tempo.}$$

$$|\vec{T_2}| = \boxed{T_2 = k\Delta x}$$

Derivando nel tempo due volte, si ha che:

$$\frac{d^2}{dt^2}\Delta x = \ddot{x}_C - \ddot{x}_Q = 0$$

$$\boxed{\ddot{x}_C = \ddot{x}_Q}$$

Abbiamo stabilito che il punto Q ed il carrellono accelerano alla stessa maniera!

Riepilogando, abbiamo trovato 4 equazioni che legano i vari corpi grazie all'azione delle funi.

$$\ddot{x}_C = \ddot{x}_Q$$
$$\ddot{y}_A = \ddot{y}_S$$
$$\ddot{x}_Q = -\ddot{\theta}_B R$$
$$\ddot{y}_S = -\ddot{\theta}_B R$$

Dalle precedenti equazioni, possiamo facilmente ottenere le seguenti:

$$\boxed{\begin{aligned}\ddot{x}_C &= -\ddot{\theta}_B R \\ \ddot{y}_A &= -\ddot{\theta}_B R\end{aligned}}$$

$\leftarrow$ Legame B/C

$\leftarrow$ Legame A/B

Da notare che le ultime due equazioni dipendono solo dalle variabili dinamiche di interesse che caratterizzano il moto dei 3 corpi, ovvero:

$$\ddot{x}_C, \ddot{\theta}_B, \ddot{y}_A$$

Le variabili relative ai punti S e Q vanno considerate variabili di passaggio utili per la schematizzazione del problema.

A questo punto, abbiamo 3 equazioni del moto (una per ogni corpo) e 2 equazioni che regolano il legame dinamico tra i vari corpi:

$$\begin{cases} M\ddot{x}_C = F - k\Delta x \\ I\ddot{\theta}_B = R(T_1 - k\Delta x) \\ M\ddot{y}_A = T_1 - Mg \\ \ddot{x}_C = -\ddot{\theta}_B R \\ \ddot{y}_A = -\ddot{\theta}_B R \end{cases}$$

Incognite

$\ddot{x}_C, \ddot{\theta}_B, \ddot{y}_A$
T_1, F

Soluzione

$$\ddot{x}_C = \ddot{y}_A = \frac{2(k\Delta x - Mg)}{3M}$$

$$F = \frac{5k\Delta x - 3Mg}{3}$$

$$T_1 = \frac{2k\Delta x + Mg}{3}$$

$$\ddot{\theta}_B = \frac{2(Mg - k\Delta x)}{3MR}.$$

NOTA. La soluzione ci dice che il carrello ed il corpo appeso si muovovo di moto uniformemente accelerato, mentre la carrucola ruota con accelerazione angolare costante.

Risposte alle altre domande dell'esercizio:

A quale istante sarà raddoppiata la velocità del carrello?

$\ddot{x}_c$ è nota

$$\dot{x}_c(t) = V_0 + \ddot{x}_c t$$

Cerco t_2 : $\dot{x}_c(t_2) = 2V_0$

$$V_0 + \ddot{x}_c t_2 = 2V_0$$

$$\Rightarrow \boxed{t_2 = \frac{V_0}{\ddot{x}_c}}$$

Quanti giri avrà computo la carrucola nel frattempo?

$$x_c(t_2) = V_0 t_2 + \frac{1}{2}\ddot{x}_c t_2^2$$

$$= \frac{V_0^2}{\ddot{x}_c} + \frac{1}{2}\ddot{x}_c \frac{V_0^2}{\ddot{x}_c^2} = \frac{3}{2}\frac{V_0^2}{\ddot{x}_c}.$$

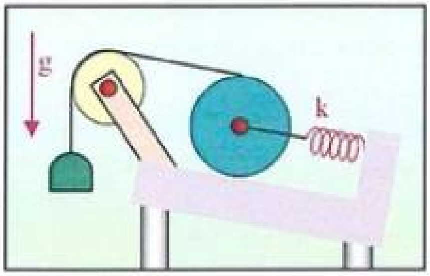
$$\#\text{ di giri} = \frac{x_c(t_2)}{2\pi} = \dots$$

Quanto lavoro ha svolto chi ha esercitato la forza?

Osservando che la forza è costante e parallela al moto, si ha che:

$$L = \underline{F}\, x_c(t_2) = \dots$$

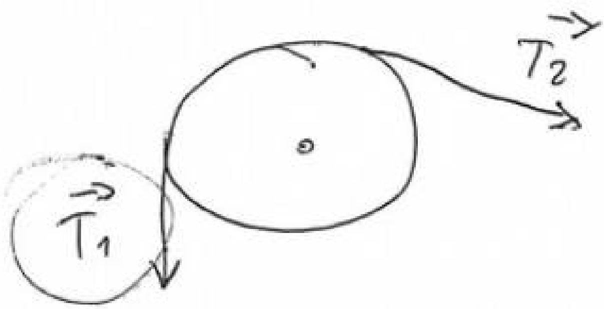
Esercizio estratto dall'esame di Fisica 1 del 21 Giugno 2019



Esercizio 2

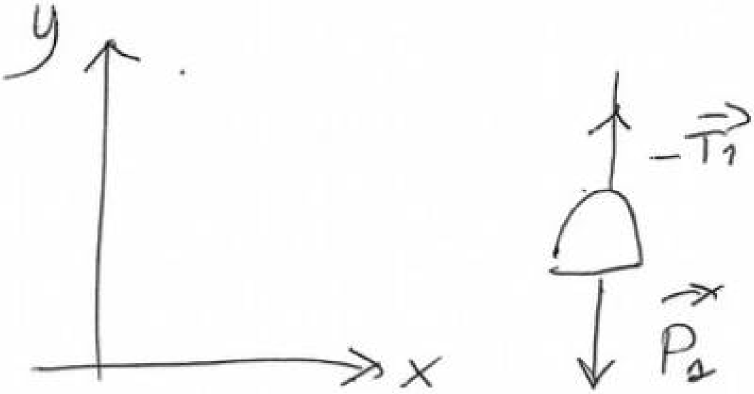
Un cilindro omogeneo di massa 2M e raggio R poggia su un piano inclinato di un angolo β rispetto all'orizzontale, sul quale compie moto di puro rotolamento. L'asse del cilindro è connesso a una molla di costante elastica k. Un filo ideale avvolto sul cilindro e orientato parallelamente al piano, tramite un rinvio (carrucola priva di attriti e di massa trascurabile) sostiene un corpo di massa M. Scrivere le equazioni di moto. Determinare l'allungamento della molla in condizioni d'equilibrio. Mostrare che il sistema può compiere moto armonico e determinarne la pulsazione.

NOTA Il modulo delle tensioni delle funi arrotolate su una carrucola sono uguali, indipendentemente dall'angolo.



$$|\vec{T_1}| = |\vec{T_2}| = T > 0$$

Diagramma delle forze del corpo appeso (corpo 1)

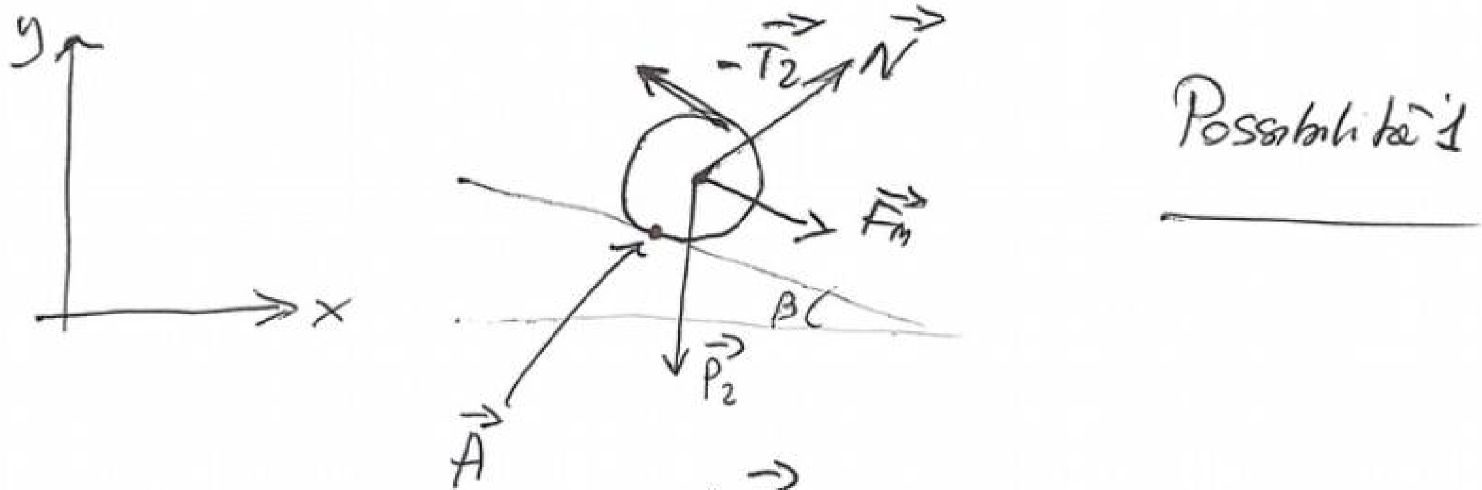


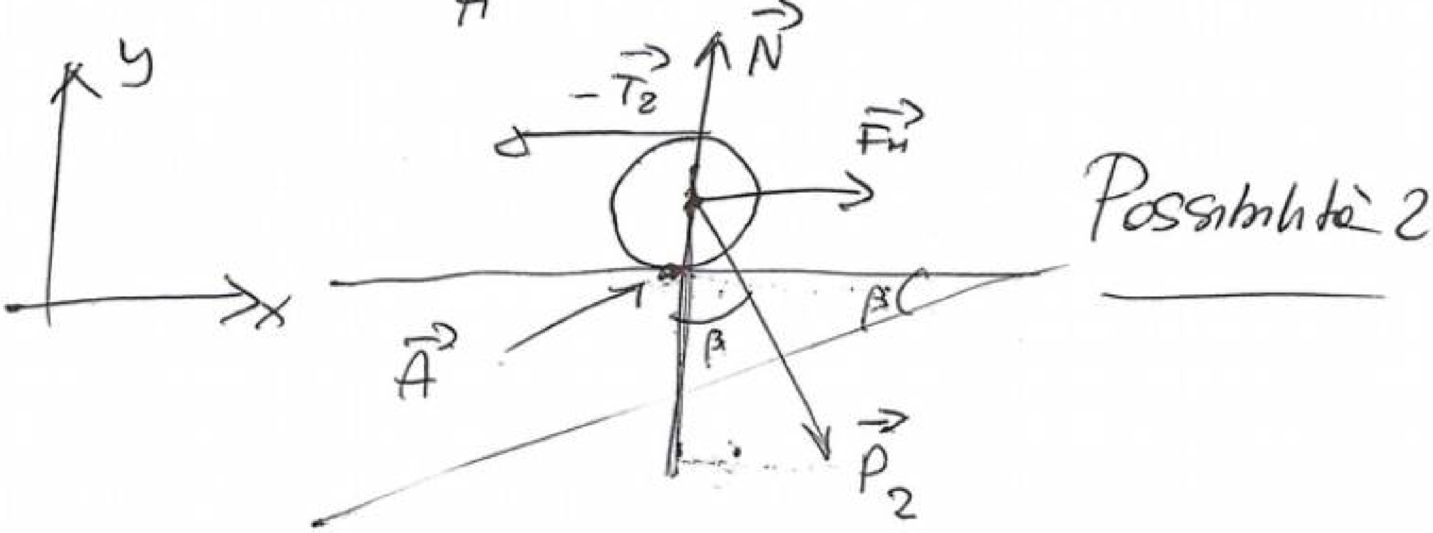
$$\vec{T_1} = \begin{bmatrix} 0 \\ -T \end{bmatrix}$$

$$\vec{P_1} = \begin{bmatrix} 0 \\ -Mg \end{bmatrix}$$

$$\boxed{M\ddot{y}_1 = T - Mg}$$

Diagramma delle forze del cilindro (corpo 2).
E' possibile usare due sistemi di riferimento diversi.





Il secondo sistema di riferimento è più facile da trattare. In questo sistema di riferimento, le forze assumono la seguente forma:

$$\vec{T_2} = \begin{bmatrix} -T \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \vec{N} = \begin{bmatrix} 0 \\ N \end{bmatrix} \quad N > 0$$

$$\vec{A} = \begin{bmatrix} A \\ 0 \end{bmatrix} \quad A \in \mathbb{R}$$

$$\vec{F_M} = \begin{bmatrix} -kx_2 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \vec{P_2} = \begin{bmatrix} Mg \sin\beta \\ -Mg \cos\beta \end{bmatrix}.$$

Equazioni del moto

$$\boxed{2M\ddot{x}_2 = -T + A - kx_2 + Mg\sin\beta}$$

$$2M\ddot{y}_2 = N - Mg\cos\beta \qquad = 0 \quad (\ddot{y}_2 = 0)$$

Inutile

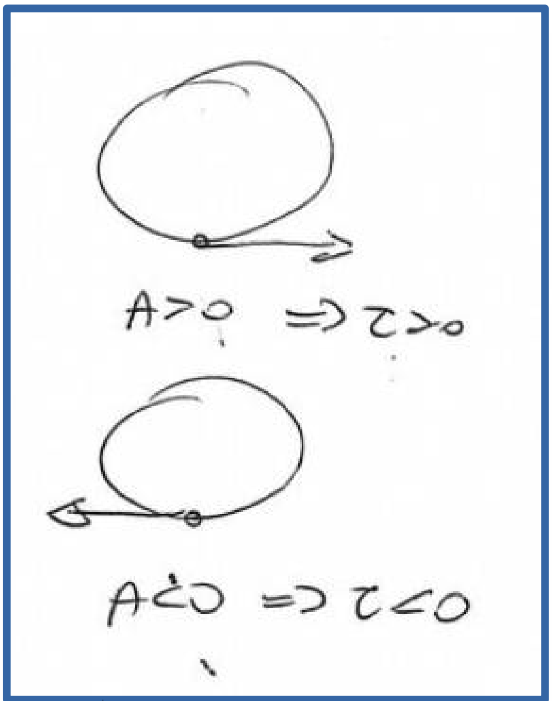
La seconda equazione è inutile visto che si riferisce alla situazione statica che si ha lungo l'asse y.

Oltre al moto lungo x, siamo anche interessati alla rotazione del corpo:

$$\boxed{I\ddot{\theta}_2 = \underbrace{RT + AR}_{\tau}}$$

Puro rotolamento.

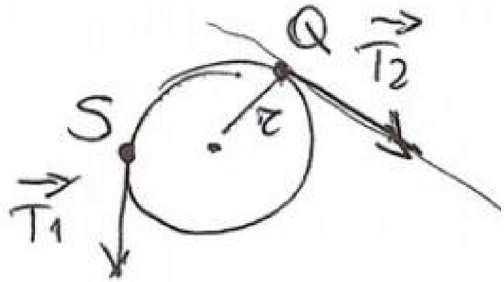
$$\boxed{\ddot{x}_2 + R\ddot{\theta}_2 = 0}$$



Occhi al segno del momento torcente provocato dalla forza di attrito statico!

Si trova che il segno del momento torcente è concorde a quello della forza di attrito statico che agisce lungo l'asse x.

Come fatto per l'esercizio precedente, è importante calcolare la velocità tangenziale di alcuni punti sulla carrucola. Assumiamo che r sia il raggio della carrucola. Si noti che, poichè la massa della carrucola è trascurabile, è inutile scrivere le sue equazioni del moto.



$$|\vec{T_1}| = |\vec{T_2}| = T > 0$$

$$\dot{y}_S = -\dot{\theta}_c r \qquad \dot{x}_Q = -\dot{\theta}_c r$$

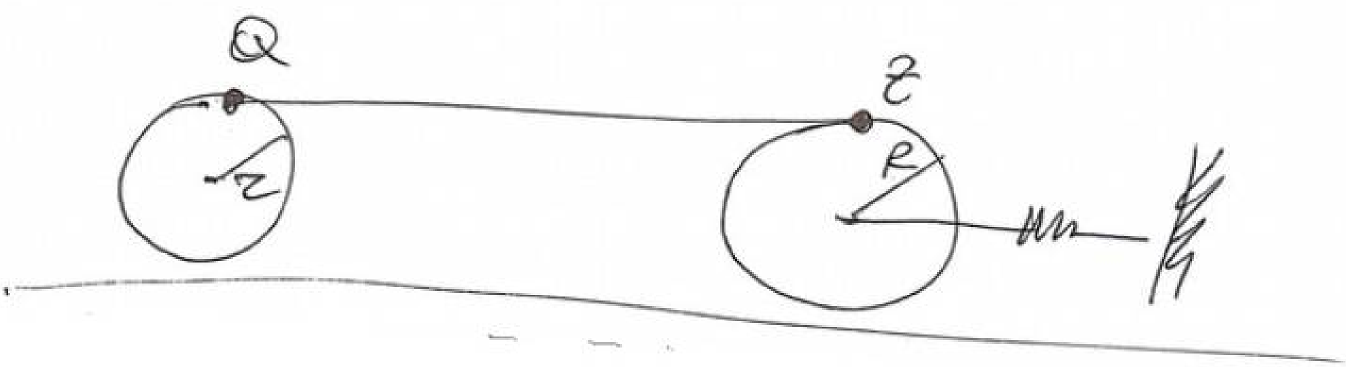
$$\dot{y}_1 = \dot{y}_S$$

Velocità tangenziale punto S

Velocità tangenziale punto Q

Per l'inestensibilità della fune, si ha che la velocità del corpo 1 è pari alla velocità tangenziale del punto S sulla carrucola.

Cosa possiamo dire sul legame tra la carrucola ed il cilindro?
Sia Z il punto più alto del cilindro.

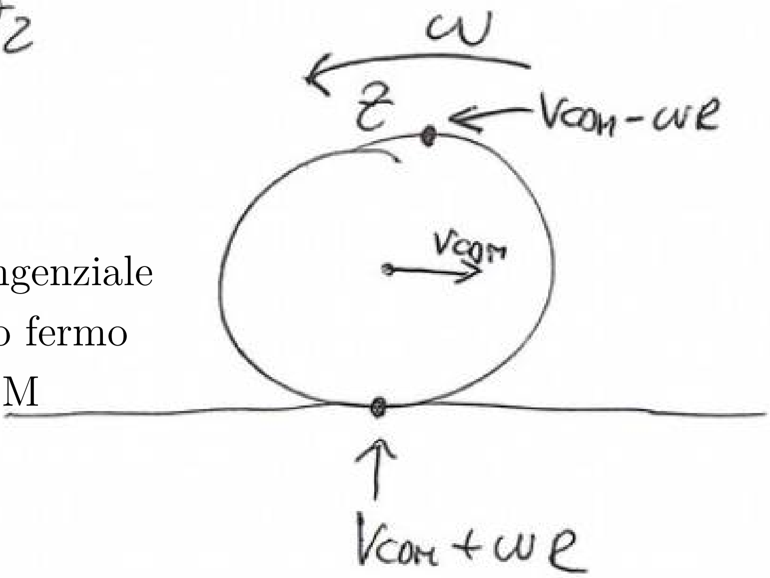


E' facile intuire che le velocità tangenziali dei due punti sono uguali. Ovvero:

$$\dot{x}_Q = \dot{x}_Z$$

Per quanto riguarda il punto Z, si ha che la sua velocità è pari alla composizione di due velocità:

$$\dot{x}_Z = \underbrace{\dot{x}_2}_{\text{Velocità CDM}} - R\,\underbrace{\dot{\theta}_2}_{\substack{\text{Velocità tangenziale}\\ \text{assumendo fermo}\\ \text{il CDM}}}$$



Abbiamo trovato le seguenti equazioni che regolano i legami tra i vari corpi:

$$\dot{y}_s = -\dot{\theta}_c r$$

$$\dot{y}_1 = \dot{y}_s$$

$$\dot{x}_Q = -\dot{\theta}_c r$$

$$\dot{x}_z = \dot{x}_2 - R\dot{\theta}_2$$

$$\dot{x}_Q = \dot{x}_z$$

E' necessario arrivare ad un'equazione che dipenda solo dalle variabili dinamiche che caratterizzano il moto dei corpi in esame, ovvero:

$$\dot{y}_1,\ \dot{\theta}_2,\ \dot{x}_2$$

Eseguendo vari passaggi algebrici, si ottiene la seguente equazione:

$$\dot{y}_1 = \dot{x}_2 - R\dot{\theta}_2$$

Derivando nel tempo la precedente equazione, si ha che:

$$\ddot{y}_1 = \ddot{x}_2 - R\ddot{\theta}_2$$

A questo punto, abbiamo 3 equazioni del moto (una per ogni corpo), un'equazione che garantisce il puro rotolamento del cilindro, ed un'equazione che regola il legame dinamico tra i vari corpi:

$$\begin{cases} M\ddot{y}_1 = T - Mg \\ \boxed{2M\ddot{x}_2 = -T + A + 2Mg\sin\beta - Kx_2} \\ I\ddot{\theta}_2 = R(T+A) \\ \ddot{x}_2 + R\ddot{\theta}_2 = 0 \\ \ddot{y}_1 = \ddot{x}_2 - R\ddot{\theta}_2 \end{cases}$$

...

Per sostituzioni successive...

$$\boxed{7M\ddot{x}_2 = -Kx_2 + 2Mg(\sin\beta - 1)}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{7M}}$$

Moto armonico!!!

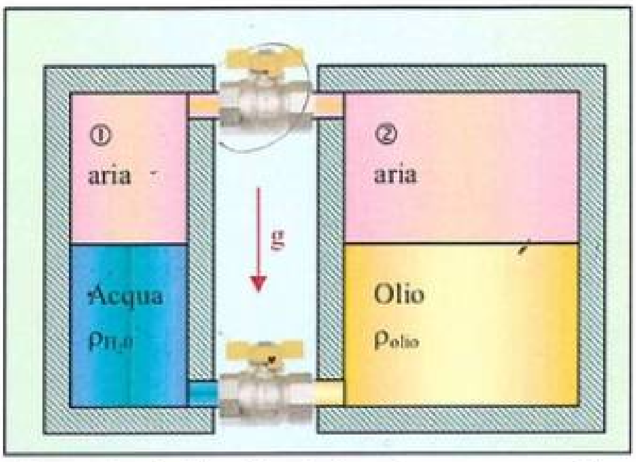
Condizione di equilibrio:

$$\boxed{x_2 : \ddot{x}_2 = 0}$$

$$-Kx_2 + 2Mg(\sin\beta - 1) = 0$$

$$\hookrightarrow \boxed{x_2 = \frac{2Mg(\sin\beta - 1)}{k}}$$

Esercizio estratto dall'esame di Fisica 1 del 21 Giugno 2019



Esercizio 3

Si hanno due recipienti cilindrici uno di uguale altezza 2h ma di raggio uno doppio dell'altro. Essi sono connessi da due sottili condotti che possono essere aperti o chiusi. Nella condizione di equilibrio iniziale, entrambi i rubinetti sono chiusi; il recipiente n.1, quello più piccolo, è riempito per metà di acqua e il n.2 per metà di olio ($\rho_{olio}=0.9\rho_{H_2O}$); inoltre in ogni recipiente è presente una mole di aria che è e rimane sempre all'equilibrio termico con l'ambiente. Si apre il rubinetto superiore: quante moli di aria passano da un recipiente all'altro? Ora si apre anche il rubinetto inferiore. Quale liquido fluisce? e quante moli di aria si spostano?

Inizialmente, l'aria in ogni serbatoio si trova in uno stato di equilibrio (stato A). La seguente tabella riporta le caratteristiche di tale stato di equilibrio.

Stato A (aria)

	SX	DX
p	p_1^A	p_2^A
V	$h\pi r^2$	$h\pi(2r)^2 = 4h\pi r^2$
T	T_0	T_0
n	1	1

T_0 è la temperatura dell'ambiente.

r è il raggio del primo recipiente.

Si ha che:

$$p_1^A = \frac{1 \cdot R \cdot T_0}{h \pi r^2}$$ pressione aria Sx

$$p_2^A = \frac{1 \cdot R \cdot T_0}{4 h \pi r^2}$$ pressione aria dx.

legge dei gas perfetti.

Da cui: $p_1^A = 4 p_2^A$. $\Rightarrow$ C'è differenza di pressione fra i due g

---

Una volta aperto il rubinetto superiore, a causa della differenza di pressione, il sistema non è più all'equilibrio!

Dopo un pò di tempo, si deve raggiungere un nuovo stato di equilibrio (stato B).

In particolare, deve succedere che le pressioni dei due gas devono essere uguali $\Leftrightarrow$ equilibrio meccanico!

NOTA Il sistema è già all'equilibrio termico (le temperature sono uguali e non cambieranno).

Poichè il volume dei due contenitori non può cambiare (sotto l'aria c'è del liquido) e la temperatura rimane invariate (contatto termico con l'ambiente), affinchè le pressioni diventino uguali ($p_1^B = p_2^B = p_B$), ci deve essere uno spostamento di materia tra i 2 vasi!

Stato B (ora)

	SX	DX
p	p_B	p_B
V	$h\pi z^2$	$4h\pi z^2$
T	T_0	T_0
n	n_1^B	n_2^B

p_B, n_1^B, n_2^B incognite!

GAS SX @B

- $p_B h\pi z^2 = n_1^B R T_0$

GAS DX @B

- $p_B 4 h\pi z^2 = n_2^B R T_0$

Sistema è chiuso (la quantità di materia non cambia)

- $n_1^B + n_2^B = 2$

Soluzione

$$p_B = \frac{2RT_0}{5hz^2\pi}$$

$$n_1^B = \frac{2}{5}$$

$$n_2^B = \frac{8}{5}$$

$$\Delta n_1^{BA} = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

Numero di moli che si sono spostate da sinistra a destra durante il processo che ha portato il sistema dall'equilibrio A all'equilibrio B.

NOTA $\frac{3}{5}$ di mole si sono spostati da sx verso dx.

Infatti, avevamo stabilito che allo stato A che

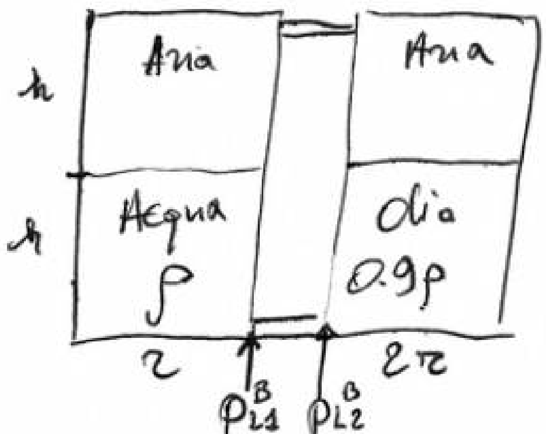
$$p_1^A = 4p_2^A \Rightarrow p_1^A > p_2^A$$

cioè la pressione a sx era più alta di quella a destra.

Si apre il rubinetto inferiore...

Se le pressione sul fondo dei due liquidi sono diverse, allora ci sarà una parte di esse che si sposterà.

Chi si sposta?



p_{L1}^B : pressione liquido a sinistra allo stato B.

p_{L2}^B : pressione liquido a destra allo stato B.

Usando la legge di Stevino, trovo che:

$$p_{L1}^B = p_B + \rho g h$$

$$p_{L2}^B = p_B + 0.9\,\rho g h$$

$$\Rightarrow \boxed{p_{L1}^B > p_{L2}^B} \Rightarrow$$ L'acqua si sposterà!

Sia Δh_1 l'altezza persa dell'acqua nel serbatoio 1.
Il volume d'acqua che si è mosso è:

$$\boxed{V = \Delta h_1 \pi r^2}$$

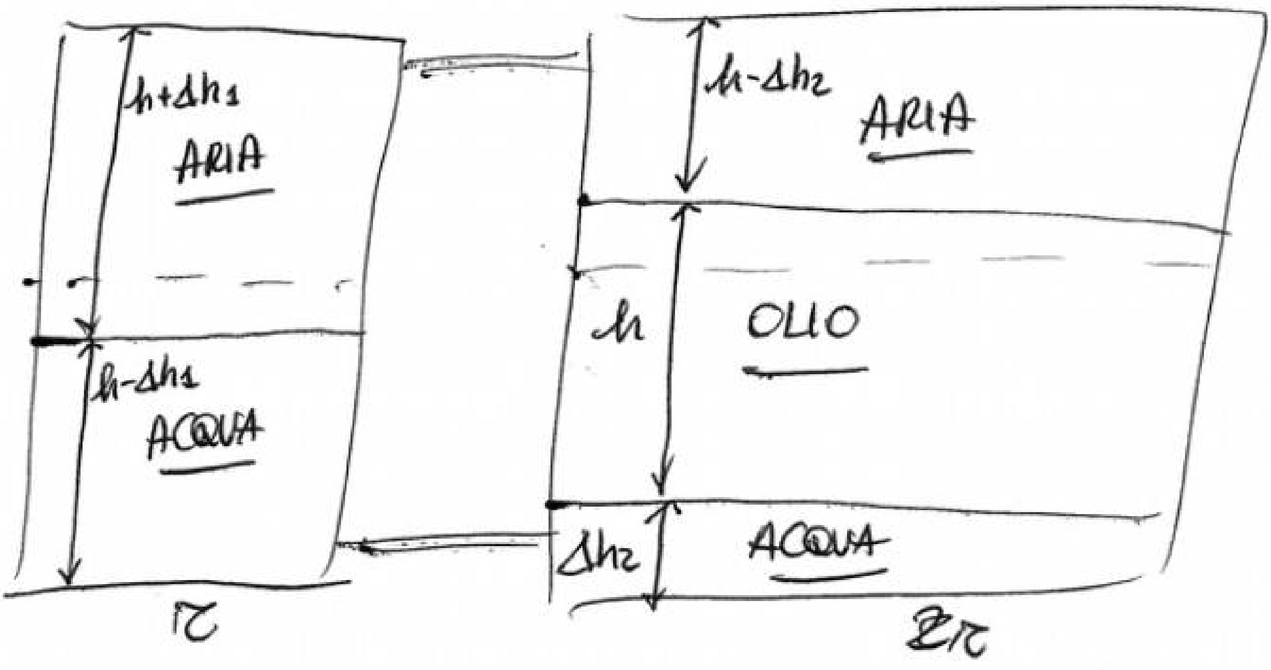
L'altezza dell'acqua che si è spostata nel cilindro 2 è:

$$\Delta h_2 = \frac{V}{4\pi r^2} = \frac{\Delta h_1 \cancel{\pi r^2}}{4\cancel{\pi r^2}} = \frac{\Delta h_1}{4}$$

la sezione dei 2 serbatoi è diversa!

$$\Rightarrow \quad \Delta h_2 = \frac{\Delta h_1}{4}$$

~~Lo stato finale C è fatto come segue~~
Allo stato finale C, si ha la seguente situazione:



Poichè C è uno stato di equilibrio, si deve verificare che:

1) le pressioni dei gas si eguagliano:

$$p_1^C = p_2^C = p_C.$$

2) le pressioni dei liquidi sul fondo si eguagliano:

$$p_{L1}^C = p_{L2}^C = p_L^C.$$

GAS (Stato C)

	SX	DX
P	p_C	p_C
V	$(h+\Delta h_1)\pi r^2$	$(h-\Delta h_2)4\pi r^2$
T	T_0	T_0
n	n_1^C	n_2^C

Per la legge dei gas perfetti:

$$p_C = \frac{n_1^C R T_0}{(h+\Delta h_1)\pi r^2} = \frac{n_2^C R T_0}{(h-\Delta h_2) 4\pi r^2}$$

$$\Rightarrow \quad n_1^C = n_2^C \, \frac{h+\Delta h_1}{4(h-\Delta h_2)}$$

Inoltre, poichè il sistema è chiuso, si ha che:

$$n_1^C + n_2^C = 2.$$

~~Dal dati~~

LIQUIDI (stato C) (pc = pressione dell'aria)

$$\left.\begin{aligned} p_{L1}^{c} &= pc + (h-\Delta h_1)\rho g \\ p_{L2}^{c} &= pc + \Delta h_2 \rho g + h\,0.9\rho g \end{aligned}\right\} \text{Stevino}$$

Ma all'equilibrio $p_{L1}^{c} = p_{L2}^{c}$. Quindi:

$$\cancel{pc} + (h-\Delta h_1)\cancel{\rho g} = \cancel{pc} + \Delta h_2 \cancel{\rho g} + h\,0.9\cancel{\rho g}$$

$$h - \Delta h_1 = \Delta h_2 + h\,0.9$$

$$h - \Delta h_1 = \frac{\Delta h_1}{4} + h\,0.9$$

$$\Delta h_1\left(\frac{1}{4}+1\right) = h(1-0.9)$$

$$\frac{5}{4}\Delta h_1 = \frac{1}{10}h \Rightarrow \boxed{\Delta h_1 = \frac{2}{25}h}$$

Torniamo ai gas:

$$m_1^c = m_2^c \frac{h+\Delta h_1}{4(h-\Delta h_2)} = m_2^c \frac{h+\frac{2}{25}h}{4\left(h-\frac{2}{25}h\cdot\frac{1}{4}\right)} =$$

$$= m_2^c \frac{\cancel{h}\left(1+\frac{2}{25}\right)}{4\cancel{h}\left(1-\frac{2}{100}\right)} = \frac{m_2^c}{4} \frac{\frac{25+2}{25}}{\frac{100-2}{100}} =$$

$$= \frac{m_2^c}{\cancel{4}} \frac{27}{\cancel{25}} \cdot \frac{\cancel{100}}{98} = \frac{27}{98} m_2^c .$$

Noto che $n_1^c + n_2^c = 2$, allora:

$$n_2^c = 2 - n_1^c \Rightarrow \qquad n_1^c = \frac{27}{98}(2 - n_1^c)$$

$$\Rightarrow n_1^c\left(1 + \frac{27}{98}\right) = 2 \cdot \frac{27}{98}$$

$$n_1^c\left(\frac{98+27}{\cancel{98}}\right) = \frac{2 \cdot 27}{\cancel{98}}$$

$$\boxed{n_1^c = \frac{54}{125}} \Rightarrow \boxed{n_2^c = \frac{196}{125}}$$

Esercizio estratto dall'esame di Fisica 1 del 21 Giugno 2019

Esercizio 4

Si consideri del gas perfetto biatomico che compie un ciclo inverso reversibile costituito, nell'ordine, da un'espansione isobara AB, un'isoterma BC e un'isocora CA.

È noto lo stato A (p_A, V_A, T_A) e si sa che nella isobara viene scambiata una quantità di calore $Q=7p_AV_A$.

Si fornisca una rappresentazione accurata (in scala) del ciclo sul piano di Clapeyron.

Esprimendo i risultati solo in termini di p_A V_A T_A e della costante dei gas R, determinare il lavoro, la variazione d'entropia ed il calore scambiato in ciascuna delle tre trasformazioni.

Tabella degli stati di equilibrio compilata in base ai dati del problema

	p	V	T
A	p_A	V_A	T_A
B	p_A	V_B	T_B
C	p_C	V_A	T_B

V_B, T_B e p_C sono incognite.

Noto il valore scambiato in AB, possiamo determinare lo stato B usando il primo principio della termodinamica:

$$Q_{AB} = 7p_AV_A.$$

$$\Delta U_{AB} = Q_{AB} - L_{AB}$$

$$Q_{AB} = \Delta U_{AB} + L_{AB}$$

$$7p_AV_A = nc_v(T_B - T_A) + p_A(V_B - V_A)$$

$$p_AV_B = nRT_B \longrightarrow V_B = \frac{nRT_B}{p_A}$$

$$p_AV_A = nRT_A \longrightarrow V_A = \frac{nRT_A}{p_A}$$

$$7p_AV_A = mc_v(T_B - T_A) + \cancel{p_A}\left(\frac{mRT_B}{\cancel{p_A}} - \frac{mRT_A}{\cancel{p_A}}\right)$$

$$= mc_v(T_B - T_A) + mR(T_B - T_A)$$

$$= m(c_v + R)(T_B - T_A)$$

$$c_v = \frac{5}{2}R$$

$$\Rightarrow \boxed{T_B = 3T_A}$$

$$\Rightarrow \boxed{V_B = 3V_A}$$

E' facile notare che:

$$p_C = 3p_A$$

Tabella degli stati di equilibrio completa

	p	V	T
A	p_A	V_A	T_A
B	p_A	$3V_A$	$3T_A$
C	$3p_A$	V_A	$3T_A$

AB

- Calore scambiato $\quad Q_{AB} = 7 p_A V_A$
- Lavoro : $\quad L_{AB} = p_A (V_B - V_A) = 2 p_A V_A$
- Entropia: $\quad \Delta S_{AB} = \int_A^B \frac{dQ}{T} = \int_{T_A}^{T_B} \frac{n c_p \, dT}{T} =$

$$= n \frac{7}{2} R \log\left(\frac{T_B}{T_A}\right) = n \frac{7}{2} R \log 3.$$

~~NOTA~~

BC

- Lavoro: $L_{BC} = nRT_B \log \frac{V_C}{V_B} = nR\,3T_A \log \frac{1}{3} =$

$$= -nR\,3T_A \log 3 =$$

$$= -3 p_A V_A \log 3.$$

- Calore : $Q_{BC} = L_{BC}$
- Entropia: $\Delta S_{BC} = \int_B^C \frac{dQ}{T} = \frac{1}{T_B} Q_{BC}$

$$= \frac{1}{3T_A}\left(-3 p_A V_A \log 3\right) = -\frac{p_A V_A}{T_A} \log 3 =$$

$$= -nR \log 3.$$

CA

- Lavoro : $L_{CA} = 0$
- Calore : $Q_{CA} = n c_v (T_A - T_C) = n \frac{5}{2} R (T_A - 3T_A) =$

$$= -n 5 R T_A = -5 p_A V_A.$$

- Entropia : $\Delta S_{CA} = \int_C^A \frac{dQ}{T} = \int_{T_C}^{T_A} \frac{n c_v \, dT}{T} =$

$$= n \frac{5}{2} \log \frac{T_A}{T_C} = -n \frac{5}{2} \log 3.$$