Corso di recupero di Fisica 2018/2019

Dario Madeo

Lezione del 12/04/2019

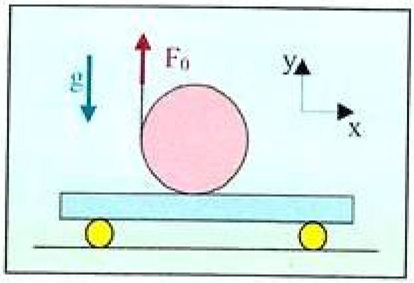
madeo@dii.unisi.it
http://www.dii.unisi.it/~madeo/crf/crf1819.html

Esercizio estratto dall'esame di Fisica 1 del 18 Luglio 2018

Esercizio 1

Su un piano orizzontale liscio scorre senza attriti un carrello di massa M. Sopra il carrello è poggiato un cilindro omogeneo di raggio R e massa 2M. Sul cilindro è avvolto senza possibilità di strisciamento un filo ideale (inestensibile e di massa trascurabile).

A t=0 il sistema è fermo; per t>0 viene applicata al filo una assegnata forza costante F_0 diretta verso l'alto (vd. figura). Il cilindro non striscia sul carrello.



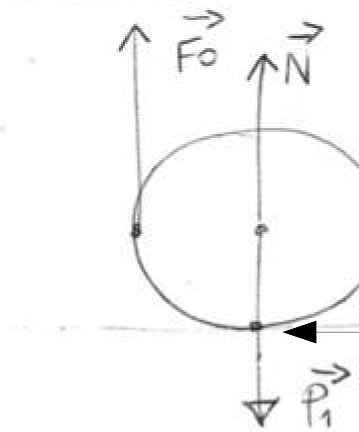
a) Stabilire se esistono quantità che si conservano, fra quelle utili a rispondere ai quesiti seguenti.

b) Calcolare l'accelerazione del carrello e l'accelerazione angolare del cilindro.

c) Determinare il minimo valore che deve avere il coefficiente d'attrito statico per garantire il rotolamento puro.

[NOTA: si consiglia di rispondere con *molta cura* al primo quesito, prima di affrontare i successivi]

Cilindro



Al solito, non conosciamo verso e modulo della forza di attrito statico che agisce sul punto di contatto

$$\vec{F_0} = \begin{bmatrix} 0 \\ F_0 \end{bmatrix} \qquad F_0 > 0$$

$$\vec{P_1} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2Mg \end{bmatrix} \qquad \vec{N} = \begin{bmatrix} 0 \\ N \end{bmatrix}$$

$N > 0$

$$\boxed{\vec{A} = \begin{bmatrix} A \\ 0 \end{bmatrix} \qquad A \in \mathbb{R}}$$

Cilindro – equazioni del moto

$$x)\quad 2Ma^1_x = A$$

$$y)\quad 2Ma^1_y = F_0 + N - 2Mg = 0 \quad (a^1_y = 0)$$

$$\Rightarrow N = 2Mg - F_0$$

$$2Mg > F_0$$

$$\boxed{F_0 < 2Mg}$$

Condizione di esistenza della forza normale

$$rot)\quad I\alpha = -F_0R + AR$$

$$P.R)\quad a^1_x + \alpha R = \boxed{a^2_x}$$

Condizione di puro rotolamento

Il pavimento non è fermo!!!

NOTA:

a^1_x: accelerazione lungo x del cilindro.

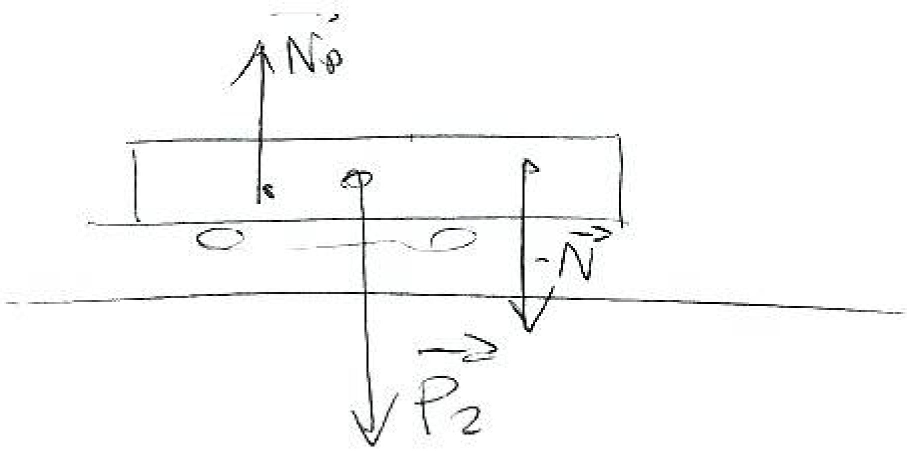
a^1_y: accelerazione lungo y del cilindro. $a^1_y = 0$ poichè non c'è moto lungo y.

α : accelerazione angolare del cilindro.

a^2_x: accelerazione lungo x del carrello.

a^2_y: accelerazione lungo y del carrello. $a^2_y = 0$ poichè non c'è moto lungo y.

Carrello



$$\vec{P}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -Mg \end{bmatrix}$$

$$\vec{N}_p = \begin{bmatrix} 0 \\ N_p \end{bmatrix} \quad N_p > 0$$

Carrello – equazioni del moto

In base al terzo principio, sul carrello agisce una forza uguale ed opposta a quella di attrito sul punto di contatto ($-\vec{A}$)

$$x) \quad Ma^2_{\cancel{x}} = -A$$

$$y) \quad Ma^2_y = -Mg - N + N_p = 0 \qquad (a^2_y = 0)$$

$$\hookrightarrow N_p = N + Mg$$

$$= \cancel{F/a}\ 2Mg - F_0 + Mg$$

$$= 3Mg - F_0 > 0$$

$$F_0 < 3Mg$$

Condizione di esistenza della forza normale

Equazioni del moto

$$2Ma^1_x = A$$

$$I\alpha = -RF_0 + AR$$

$$a^1_x + \alpha R = a^2_x$$

$$Ma^2_x = -A$$

Incognite

a^1_x

a^2_x

α

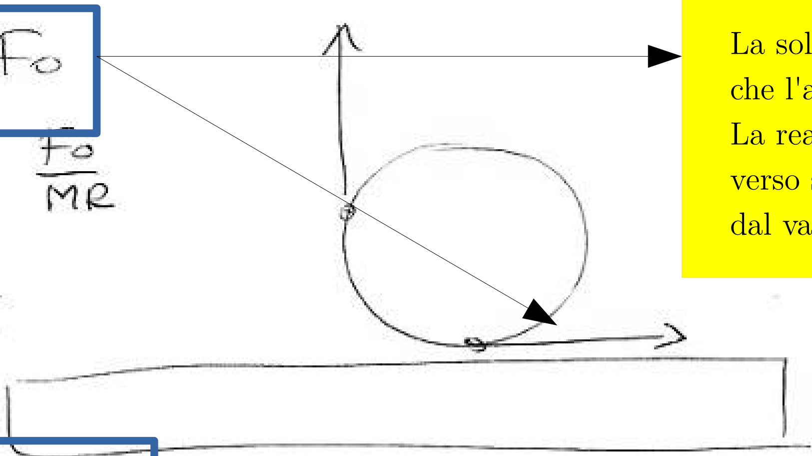
A

Soluzioni

$$\boxed{A = \frac{2}{5}F_0}$$

$$\alpha = -\frac{3}{5}\frac{F_0}{MR}$$

$$a^1_x = \frac{F_0}{5M}$$



La soluzione ci dice
che l'attrito punta verso destra.
La reazione sul carrello quindi è
verso sinistra, come confermato
dal valore di a^2_x.

$$\boxed{a^2_x = -\frac{2}{5}\frac{F_0}{M}}$$

Minimo valore del coeff. di attrito

Abbiamo trovato 2 condizioni che garantiscono la presenza delle forze normali:

1) $\vec{N}$ esiste se $F_0 < 2Mg$
$\downarrow$
forza normale sul cilindro provocata dal carrello

2) $\vec{N_p}$ esiste se $F_0 < 3Mg$
$\downarrow$
forza normale sul carrello provocata dal pavimento

[condizione più stringente]

Da cui, se $F_0 < 2Mg$, allora esiste sia $\vec{N}$ che $\vec{N_p}$!
$\Rightarrow$ Non ho moto lungo y ed esiste la forza di attrito $\vec{A}$!

Dai calcoli, abbiamo scoperto che:

$$A = \frac{2}{5} F_0$$

Dalla teoria, si sa che:

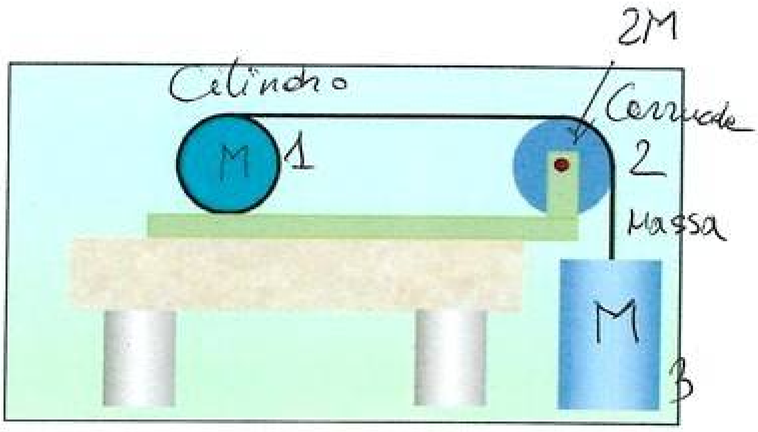
$$|A| \leq \mu_s |N|$$

$$\frac{2}{5} F_0 \leq \mu_s (2Mg - F_0)$$

$$\mu_s \geq \frac{2}{5} \frac{F_0}{2Mg - F_0} \quad \text{con } F_0 < 2Mg$$

Esercizio estratto dall'esame di Fisica 1 del 25 Gennaio 2019

Esercizio 2
Un cilindro omogeneo di massa M e raggio R, poggia su un binario orizzontale su cui rotola senza strisciare. Sul cilindro è avvolto del filo inestensibile di massa trascurabile che, tramite una carrucola (cilindro di uguali dimensioni, ma di massa 2M, che ruota senza incontrare attriti intorno al proprio asse) sostiene un terzo cilindro identico al primo.



Calcolare:

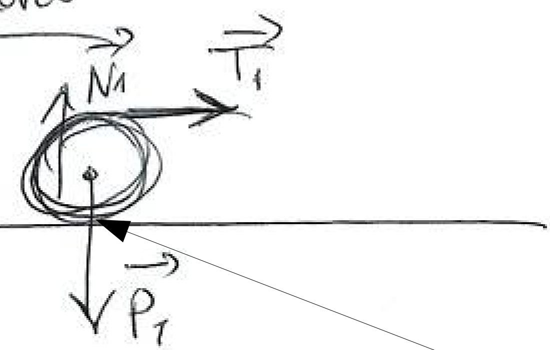
a) il rapporto fra la tensione del tratto di filo orizzontale e quella del tratto verticale;

b) la componente orizzontale dell'impulso impresso dall'asse della carrucola nell'intervallo di tempo necessario a far compiere un giro completo alla carrucola stessa, partendo con tutti gli oggetti immobili;

c) il minimo valore che deve avere il coefficiente d'attrito fra cilindro appoggiato e piano per garantire il puro rotolamento.

1

Cilindro



$$\vec{P_1} = \begin{bmatrix} 0 \\ -Mg \end{bmatrix} \quad \vec{N_1} = \begin{bmatrix} 0 \\ N_1 \end{bmatrix} \quad N_1 > 0$$

$$\boxed{\vec{T_1} = \begin{bmatrix} T_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad T_1 > 0}$$

Tensione sulla fune

$$\vec{A} = \begin{bmatrix} A \\ 0 \end{bmatrix} \qquad A \in \mathbb{R}$$

Al solito, non conosciamo verso e modulo della forza di attrito statico che agisce sul punto di contatto

Cilindro – equazioni del moto

$$x)\ M a_{1x} = T_1 + A$$

$$y)\ M a_{1y} = -Mg + N_1 = 0 \qquad (a_{1y} = 0)$$

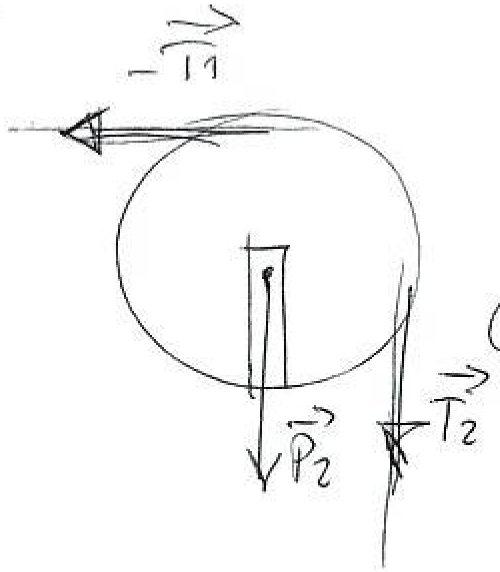
$$rot)\ I_1 \alpha_1 = -T_1 R + AR$$

$$P.R.)\ a_{1x} + \alpha_1 R = 0$$

NOTA:

a_{1x}: accelerazione lungo x del cilindro.
a_{1y}: accelerazione lungo y del cilindro. $a_{1y} = 0$ poichè non c'è moto lungo y.
α_1 : accelerazione angolare del cilindro.

Carrucola



$$\vec{P_2} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2Mg \end{bmatrix}$$

(fulcro) $$\vec{F_R} = \begin{bmatrix} F_{Rx} \\ F_{Ry} \end{bmatrix} \quad F_{Rx} \in \mathbb{R} \quad F_{Ry} \in \mathbb{R}$$

$$\vec{T_2} = \begin{bmatrix} 0 \\ -T_2 \end{bmatrix} \quad T_2 > 0$$

Carrucola – equazioni del moto

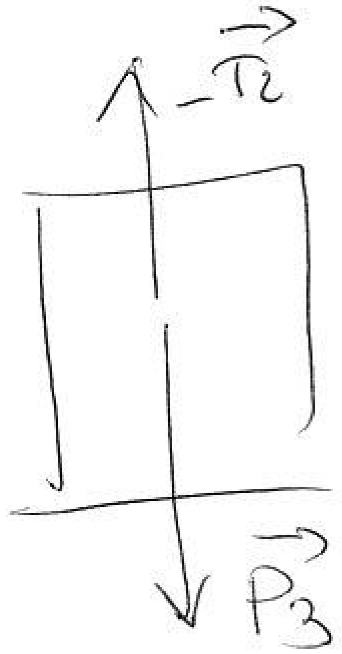
x) $0 = F_{Rx} - T_1$ (la carrucola è ferma)

y) $0 = -2Mg + F_{Ry} - T_2 = 0$

τot) $$\boxed{2I_1 \alpha_2 = T_1 R - T_2 R}$$

(la carrucola ruota)

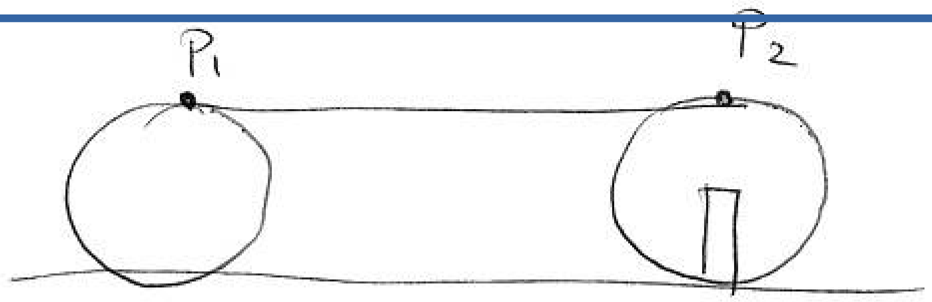
Masse



$$\vec{P_3} = \begin{bmatrix} 0 \\ -Mg \end{bmatrix}$$

Massa appesa – equazione del moto (da notare che conta solo quella lungo y!)

$$y)\ M a_y^3 = +T_2 - Mg$$

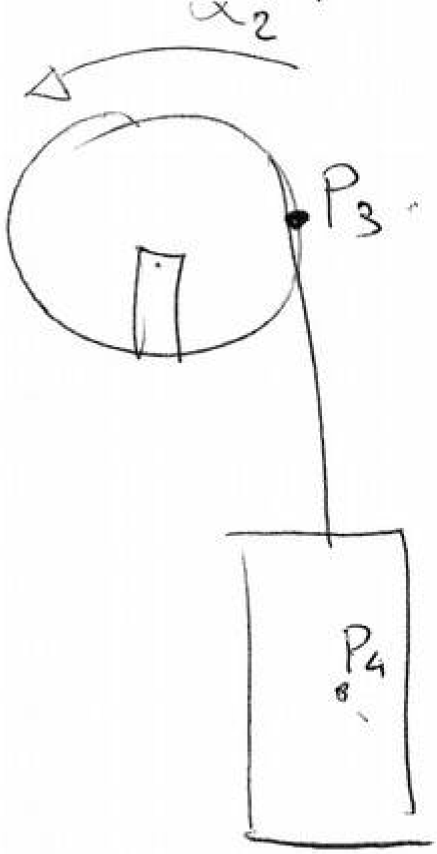


P_1 : $v_{1COM} - \omega_1 R$ | P_2 : $-\omega_2 R$

$a_{P1} = a_{x1} - \alpha_1 R$ | $a_{P2} = -\alpha_2 R$

$$\boxed{a_{x1} - \alpha_1 R = -\alpha_2 R}$$

Grazie alla fune, i punti P_1 e P_2 si muovono con la stessa velocità!!!



$$a_{P_3} = \alpha_2 R$$

$$a_{P_4} = a_y^3$$

$$\boxed{\alpha_2 R = a_y^3}$$

Grazie alla fune, i punti P_3 e P_4 si muovono con la stessa velocità!!!

Mettendo a sistema le equazioni del moto, si ottengono le seguenti soluzioni:

$$T_1 = \frac{3}{19} Mg \qquad a_{x_1} = \frac{4}{19} g$$

$$T_2 = \frac{11}{19} Mg \qquad \alpha_1 = -\frac{4}{19}\frac{g}{R}$$

$$A = \frac{1}{19} Mg \qquad \alpha_2 = -\frac{8}{19}\frac{g}{R}$$

$$a_{y_3} = -\frac{8}{19} g$$

$$F_{Rx} = \frac{3}{19} Mg$$

$$F_{Ry} = \frac{49}{19} Mg$$

$$\boxed{\frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{11}}$$

Rapporto tra le tensioni delle funi

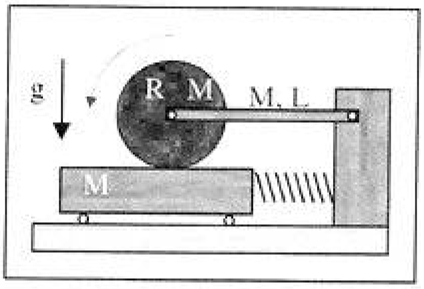
Valore minimo del coefficiente di attrito

$$N_1 = Mg$$

$$|A| \leq \mu_s |N_1|$$

$$\frac{1}{19} Mg \leq \mu_s Mg \implies \mu_s \geq \frac{1}{19}$$

Esercizio estratto dall'esame di Fisica 1 del 26 Settembre 2016



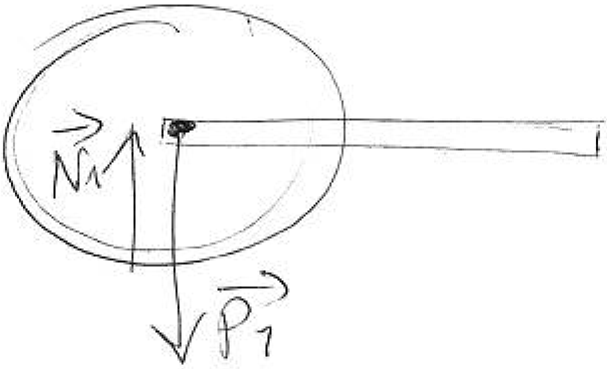
Esercizio 1

Una lastra di massa M può muoversi su un piano orizzontale senza incontrare attriti. Sopra la lastra poggia un cilindro di raggio R e massa M che ruota intorno al suo asse, il quale è tenuto fermo mediante una sbarretta orizzontale di massa M e lunghezza L imperniata agli estremi. La lastra è connessa a una molla di costante elastica k. Il cilindro non striscia mai sulla lastra.

a) Scrivere le equazioni di moto per lastra e cilindro.

b) Determinare la frequenza con cui oscilla il sistema.

c) Qual è la massima ampiezza possibile delle oscillazioni della lastra, se il coefficiente d'attrito tra cilindro e lastra è $\mu_S=1/2$.



$$\vec{P_1} = \begin{bmatrix} 0 \\ -Mg \end{bmatrix}$$

$$\vec{F_R} = \begin{bmatrix} F_{Rx} \\ F_{Ry} \end{bmatrix} \quad F_{Rx} \in \mathbb{R} \quad F_{Ry} \in \mathbb{R}$$

$$\vec{N_1} = \begin{bmatrix} 0 \\ N_1 \end{bmatrix} \qquad N_1 > 0$$

$$\vec{A} = \begin{bmatrix} A \\ 0 \end{bmatrix} \qquad A \in \mathbb{R}$$

Cilindro – equazioni del moto

$$x)\quad Ma'_x = F_{Rx} + A = 0 \qquad a'_x = 0$$

$$\hookrightarrow F_{Rx} = -A$$

$$y)\quad Ma'_y = -Mg + F_{Ry} + N_1 = 0 \qquad a'_y = 0$$

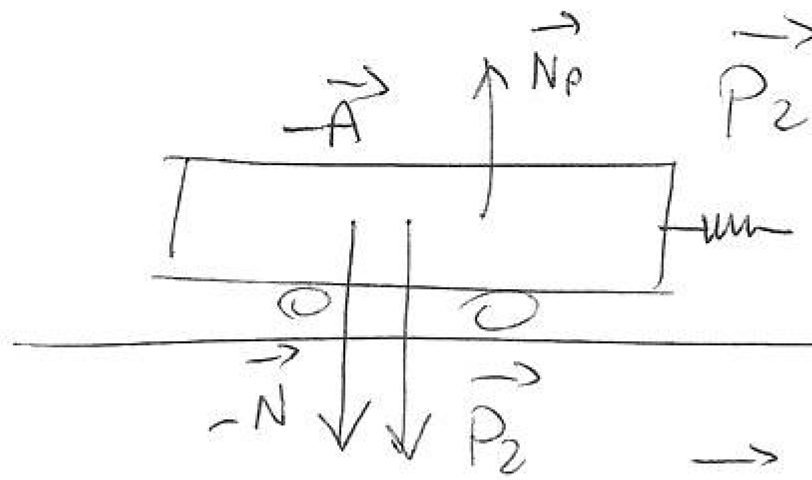
$$\cancel{F_{Ry}}\ F_{Ry} = Mg - N_1$$

rot) $I\alpha = AR$

P.R. $\cancel{a^1 x} + \alpha R = a^2 x$

Condizione di puro rotolamento

$$\alpha R = a^2 x$$



$$\vec{P_2} = \begin{bmatrix} 0 \\ -Mg \end{bmatrix}$$

$$\vec{N_p} = \begin{bmatrix} 0 \\ N_p \end{bmatrix} \quad N_p > 0$$

$$\vec{F_K} = \begin{bmatrix} -Kx_2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

→ non è al quadrato!

Carrello – equazioni del moto

x) $\boxed{Ma_{x_2} = -A - Kx_2}$

y) $Ma_{y_2} = -Mg + N_p - N = 0 \quad (a_{y_2} = 0)$

$$M\ddot{x}_2 = -A - Kx_2$$

$$Ma_{x_2} = -A - kx_2$$

$$I\alpha = AR$$

$$\alpha R = a_{x_2}$$

$$\underline{a_{x_2}}$$
$$\underline{A}$$
$$\underline{\alpha}$$
$$(x_2)$$

$$A = \frac{I\alpha}{R}$$

$$\alpha = \frac{a_{x_2}}{R}$$

$$A = \frac{I a_{x_2}}{R^2}$$

$$Ma_{x_2} = -\frac{I a_{x_2}}{R^2} - K x_2$$

Equazione del moto

$$a_{x_2}\left(M + \frac{I}{R^2}\right) = -K x_2$$

$$I = \frac{1}{2} M R^2$$

$$a_{x2} \; \frac{3}{2} M = -K x_2$$

$$\boxed{\ddot{x}_2 = -\frac{2}{3}\frac{K}{M} x_2}$$

Equazione del moto del carrello

$$\omega^2$$

Pulsazione del moto armonico

$$\omega^2 = \frac{2K}{3M} \longrightarrow \omega = \sqrt{\frac{2K}{3M}}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2K}{3M}}.$$

f = frequenza delle oscillazioni del carrello (e del cilindro)

Moto di puro rotolamento e attrito

Si ha moto di puro rotolamento se:

$$a + \alpha\, R = a_P,$$

dove a è la componente dell'accelerazione della ruota (centro di massa) parallela al pavimento, α è la sua accelerazione angolare, R è il raggio della ruota (distanza tra centro di massa e punto di contatto) e a_p rappresenta l'accelarazione del pavimento. Se il pavimento è fermo, si ha che $a_p = 0$.

Questo tipo di moto è sostenuto dalla presenza di <u>attrito statico</u> tra la ruota ed il pavimento. Detta N la forza normale che si crea tra ruota e pavimento, il modulo della forza di attrito è tale per cui:

$$|F_A| < \mu_S |N|.$$

Nel caso in cui $|N| = 0$, si ha che non vi è interazione tra ruota e pavimento, e dunque non è presente alcuna forza di attrito.

Se l'equazione $a + \alpha\, R = a_P$ non può essere soddisfatta, non si ha più moto di puro rotolamento. In questo caso, la ruota <u>striscia</u> sul pavimento. In questa circostanza, l'attrito tra "ruota" e "pavimento" è di tipo <u>dinamico</u>.

L'attrito dinamico si esprime come segue:

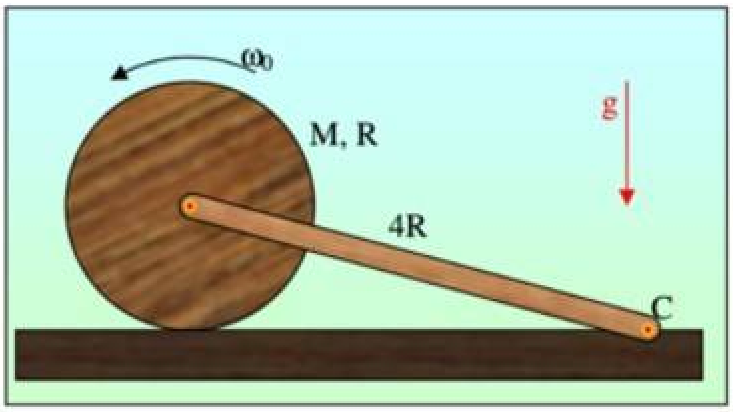
$$|F_A| = \mu_D |N|.$$

Il verso dell'attrito dinamico è opposto a quello del moto della ruota.

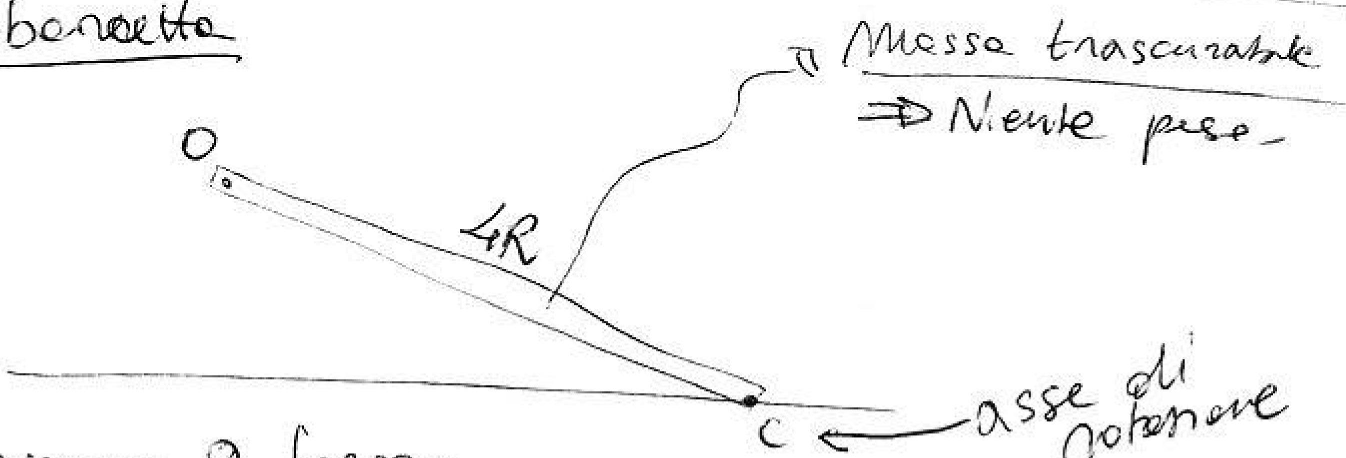
Esercizio estratto dall'esame di Fisica 1 del 19 Giugno 2012

Esercizio 2

Un cilindro omogeneo di massa M e raggio R ruota (sia ω_0 la sua velocità angolare iniziale) strisciando su un piano orizzontale scabro (sia μ_D il coefficiente d'attrito dinamico), essendo trattenuto mediante due sbarrette di lunghezza 4R e massa trascurabile, incernierate sul piano e vincolate all'asse del cilindro (vd. figura, dove una delle sbarretta nasconde l'altra). Determinare la forza esercitata dalla sbarretta sulla sua cerniera C (fornirne direzione e modulo, ovvero le componenti). Determinare inoltre l'accelerazione angolare α del cilindro ed il numero di giri che esso compie prima di fermarsi.



Sbarretta



Agiscono 2 forze:

1) $\vec{F_1}$: forza di reazione con il disco. Agisce in O.

$$\vec{F_1} = \begin{bmatrix} F_{1x} \\ F_{1y} \end{bmatrix}, \quad F_{1x} \in \mathbb{R}, \; F_{1y} \in \mathbb{R}$$

2) $\vec{F_2}$: forza di reazione con il pavimento. Agisce in C.

$$\vec{F_2} = \begin{bmatrix} F_{2x} \\ F_{2y} \end{bmatrix}, \quad F_{2x} \in \mathbb{R}, \; F_{2y} \in \mathbb{R}$$

Equazione del moto per la sbarretta.

(x) $m\ddot{x}_S = F_{1x} + F_{2x} = 0 \qquad (m=0)$

(y) $m\ddot{y}_S = F_{1y} + F_{2y} = 0 \qquad (m=0)$

(rot) $I\ddot{\theta}_S = \tau \qquad = 0 \qquad (I=0)$

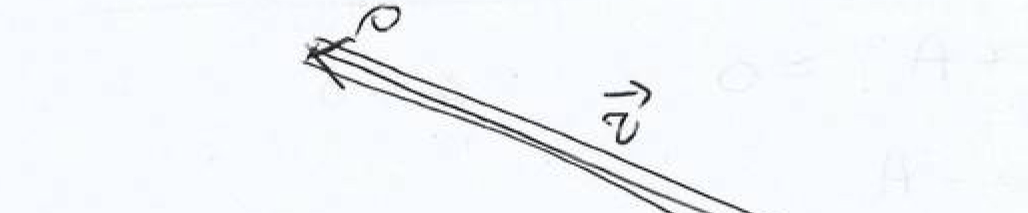
τ è il momento torcente totale che agisce sulla sbarretta.

Notare che:

1) $\vec{F_2}$ non produce momento. Infatti, agisce su C.

2) $\vec{F_1}$ non agisce su C. Può produrre momento. Tuttavia, $\tau = 0$!

Quindi anche $\vec{F_1}$ non deve produrre momento!



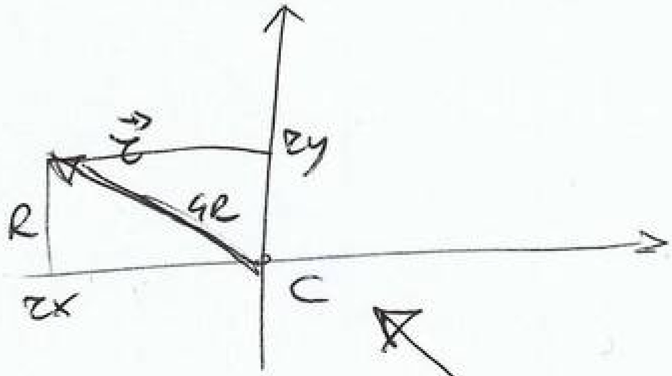
$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F_1} = \vec{0}$

$\boxed{\vec{F_1} \text{ deve essere parallelo ad } \vec{r}\,!}$

$\vec{F_1} \parallel \vec{r} \iff \vec{F_1} = q \dfrac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$ ⇝ versore di $\vec{r}$

q → fattore di scala, $q \in \mathbb{R}$.

$\vec{r} = \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \end{bmatrix}$



$r_y = R$, $\sqrt{r_x^2 + r_y^2} = 4R$

$\Rightarrow r_x^2 + r_y^2 = 16R^2 \Rightarrow r_x^2 + R^2 = 16R^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow r_x^2 = 15R^2 \Rightarrow r_x = \pm\sqrt{15}\,R$

$\Rightarrow \boxed{r_x = -\sqrt{15}\,R}$ Negativo, vedi disegno

$\vec{r} = \begin{bmatrix} -\sqrt{15}\,R \\ R \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{F_1} = \dfrac{q}{4R} \begin{bmatrix} -\sqrt{15}\,R \\ R \end{bmatrix} = \dfrac{q}{4} \begin{bmatrix} -\sqrt{15} \\ 1 \end{bmatrix}$

$(|\vec{r}| = 4R)$

Quindi:

$$F_{1x} = -\frac{9\sqrt{15}}{4} \qquad F_{1x}+F_{2x}=0 \Rightarrow F_{2x} = 9\frac{\sqrt{15}}{4}$$

$$F_{1y} = \frac{9}{4} \qquad F_{1y}+F_{2y}=0 \Rightarrow F_{2y} = -\frac{9}{4}$$

Cilindro

- Su C agisce la forza di reazione $-\vec{F_1}$.
- Su C agisce la forza peso $\vec{P} = \begin{bmatrix} 0 \\ -Mg \end{bmatrix}$
- Su A agisce la forza di attrito $\vec{F_A} = \begin{bmatrix} F_A \\ 0 \end{bmatrix}, F_A \in \mathbb{R}$
- Su A agisce la forza normale $\vec{N} = \begin{bmatrix} 0 \\ N \end{bmatrix}, N \geq 0.$

Equazioni del moto

(x) $M\ddot{x}_C = -F_{1x} + F_A = 0$ (cilindro fermo)

(y) $M\ddot{y}_C = -F_{1y} - Mg + N = 0$ "

(rot) $I_C \ddot{\theta}_C = F_A R$ (Occhio alla regola della mano destra ed al segno di F_A)

Condizione di puro rotolamento

$$\ddot{x}_c + R\ddot{\theta}_c = 0$$

Ma $\ddot{x}_c = 0$ per ipotesi. Quindi:

$$R\ddot{\theta}_c = 0 \Rightarrow \ddot{\theta}_c = 0$$

Questo non è vero, perché il cilindro ruota!

$\Rightarrow$ Non ho puro rotolamento, cioè:

$$\boxed{\ddot{x}_c + R\ddot{\theta}_c \neq 0}$$

$\Rightarrow$ La forza di attrito è di tipo DINAMICO

$\boxed{|F_A| = \mu_D |N|}$ Poiché $N \geq 0$, allora: $|F_A| = \mu_D N$.

Sappiamo che:

$-F_{1y} - Mg + N = 0 \Rightarrow N = F_{1y} + Mg$

$$\Rightarrow N = \frac{9}{4} + Mg$$

~~$F_A = -9\frac{\sqrt{15}}{4}$~~

$-F_{1x} + F_A = 0 \Rightarrow F_A = F_{1x} \Rightarrow F_A = -9\frac{\sqrt{15}}{4}$.

Dai dati, si evince che il cilindro ruota in senso antiorario. Quindi $F_A < 0$

$$\Rightarrow F_A = -q \frac{\sqrt{15}}{4} \Rightarrow q > 0$$

$$\Rightarrow |F_A| = -F_A = \mu_D N$$

$$\Rightarrow q\frac{\sqrt{15}}{4} = \mu_D N$$

$$\Rightarrow q = \frac{\mu_D N 4}{\sqrt{15}} = \mu_D \frac{\left(\frac{q}{4} + Mg\right) 4}{\sqrt{15}}$$

$$\sqrt{15}\, q = \mu_D q + 4 \mu_D Mg$$

$$q (\sqrt{15} - \mu_D) = 4 \mu_D Mg$$

$$\boxed{q = \frac{4 \mu_D Mg}{\sqrt{15} - \mu_D}}$$

$$\Rightarrow F_{2x} = \frac{4 \mu_D Mg}{\sqrt{15} - \mu_D} \frac{\sqrt{15}}{4}$$

$$F_{2y} = -\frac{4 \mu_D Mg}{\sqrt{15} - \mu_D} \cdot \frac{1}{4}$$

forza esercitata dalla sbarretta sulla cerniera in C.

Acc. angolare del cilindro

$$I_C \ddot{\theta}_C = F_A R$$

$$I_C = \frac{1}{2} M R^2 \qquad F_A = -\frac{\cancel{4}\mu_D M g}{\sqrt{15}-\mu_D}\frac{\sqrt{15}}{\cancel{4}}$$

$$\frac{1}{2}\cancel{M}R^{\cancel{2}}\ddot{\theta}_C = -\frac{\mu_D \cancel{M} g}{\sqrt{15}-\mu_D}\sqrt{15}\cancel{R}$$

$$\boxed{\ddot{\theta}_C = -\frac{2\mu_D g\sqrt{15}}{\sqrt{15}-\mu_D}}$$

NOTA

$$N = \frac{q}{4} + Mg = \frac{\cancel{4}\mu_D M g}{\sqrt{15}-\mu_D}\frac{1}{\cancel{4}} + Mg = Mg\left(\frac{\mu_D}{\sqrt{15}-\mu_D}+1\right) =$$

$$= Mg\left(\frac{\cancel{\mu_D}+\sqrt{15}-\cancel{\mu_D}}{\sqrt{15}-\mu_D}\right) = Mg\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{15}-\mu_D}$$

$N > 0$ (condizione di esistenza delle forze normale e dell'attrito)

$$\Rightarrow \frac{Mg\sqrt{15}}{\sqrt{15}-\mu_D} > 0 \Rightarrow \sqrt{15}-\mu_D > 0 \Rightarrow \boxed{\mu_D < \sqrt{15}}$$

Se $\sqrt{15} > \mu_0$, allora

$$\boxed{\ddot{\theta}_c = -\frac{2\mu_0 g\sqrt{15}}{\sqrt{15}-\mu_0} < 0.}$$

Infatti, se il disco inizialmente ha vel. ang. $\omega_0 > 0$,
è necessaria un'acc. negativa per fermarlo.

Leggi orarie della rotazione.

$$\theta(t) = \omega_0 t + \frac{1}{2}\ddot{\theta}_c t^2$$

$$\omega(t) = \omega_0 + \ddot{\theta}_c t$$

Il corpo si ferma per t_F : $\omega(t_F) = 0$

$$\Rightarrow \omega(t_F) = 0 \Rightarrow \omega_0 + \ddot{\theta}_c t_F = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{t_F = -\frac{\omega_0}{\ddot{\theta}_c}}$$

L'angolo percorso fino a $t = t_F$:

$$\theta(t_F) = \omega_0 t_F + \frac{1}{2} \ddot{\theta}_c t_F^2 =$$

$$= -\frac{\omega_0^2}{\ddot{\theta}_c} + \frac{1}{2} \cancel{\ddot{\theta}_c} \frac{\omega_0^2}{\ddot{\theta}_c^{\cancel{2}}} =$$

$$= -\frac{1}{2} \frac{\omega_0^2}{\ddot{\theta}_c} .$$

Numero di giri:

$$\frac{\theta(t_F)}{2\pi} = -\frac{1}{4\pi} \frac{\omega_0^2}{\ddot{\theta}_c} = \ldots$$