Corso di recupero di Fisica 2017/2018

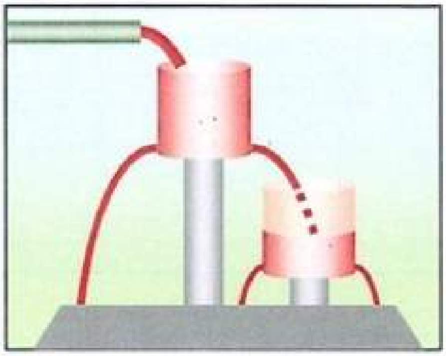
Dario Madeo

Lezione del 17/09/2018

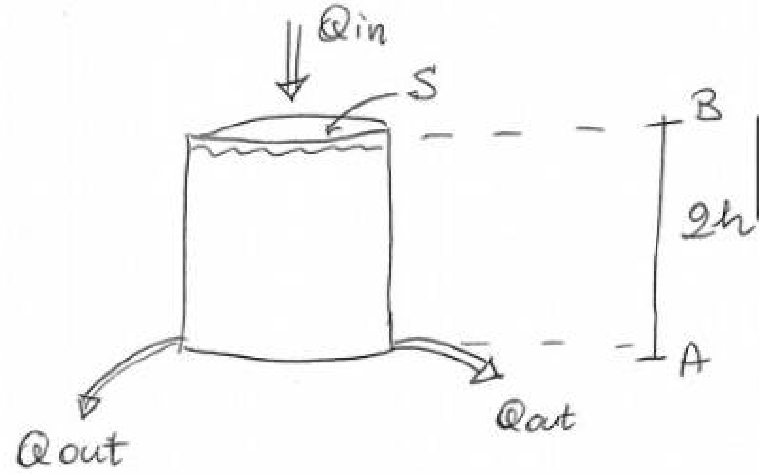
Slides disponibili all'indirizzo
http://www.dii.unisi.it/~madeo/crf/crf1718.html

Esercizio estratto dall'esame di Fisica 1 del 5 Settembre 2018

Esercizio 3
Si hanno due recipienti cilindrici uguali, di altezza 2h e sezione S, superiormente aperti. Alla base di ciascun cilindro sono praticati due fori di sezione s<<S. Il primo cilindro viene mantenuto colmo di liquido ideale omogeneo. Uno dei due getti che escono dalla sua base viene mandato nel secondo cilindro. Qual è l'altezza del liquido nel secondo cilindro, in condizioni stazionarie?



1° Vaso



$\boxed{\text{Equazione di continuità: } Q_{in} = 2\,Q_{out}}$

"Quello che entra è pari a quello che esce".

$\boxed{\text{Condizioni stazionarie} \quad V_B = 0}$

In condizioni stazionarie, il pelo dell'acqua è fermo.

Bernoulli nei punti A e B.

$$A)\quad p_0 + \frac{1}{2}\rho V_A^2 + \rho g \cdot 0 = p_0 + \frac{1}{2}\rho V_A^2$$

$$B)\quad p_0 + \frac{1}{2}\rho V_B^2 + \rho g\, 2h = p_0 + \rho g\, 2h$$

$$\Rightarrow \cancel{p_0} + \frac{1}{2}\cancel{\rho} V_A^2 = \cancel{p_0} + \cancel{\rho} g\, 2h$$

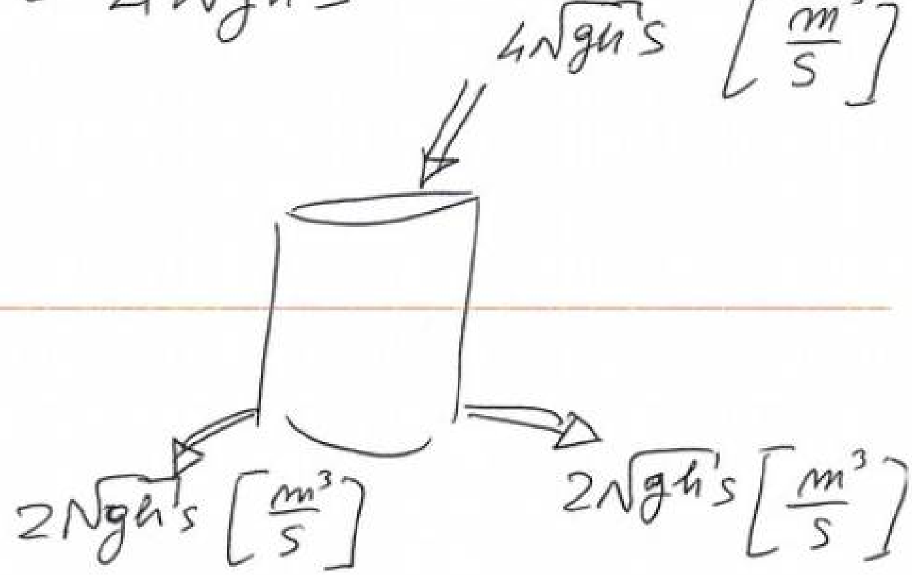
$$\boxed{V_A = 2\sqrt{gh}}$$

Velocità del fluido che esce dai 2 fori.

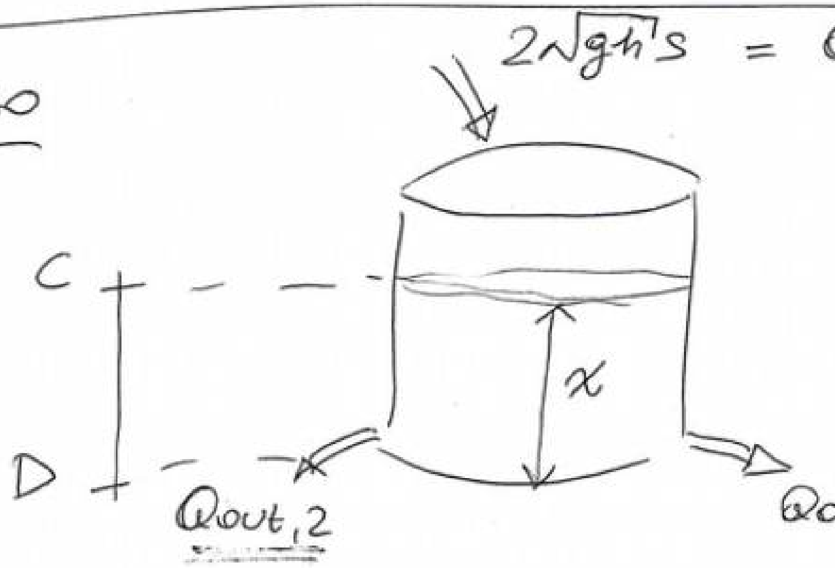
$$Q_{out} = v_A \cdot S$$

$$Q_{out} = 2\sqrt{gh} \cdot S$$

$$Q_{in} = 2\,Q_{out} = 4\sqrt{gh}\,S$$



2° vaso



x: l'altezza del liquido in cond. stazionarie

$$\boxed{Q_{in,2} = 2\,Q_{out,2}}$$ Equazione di continuità:

$$\boxed{v_C = 0}$$ Condizioni stazionarie

Bernoulli

C) $p_0 + \frac{1}{2}\rho v_C^2 + \rho g x \overset{v_C=0}{=} p_0 + \rho g x$

D) $p_0 + \frac{1}{2}\rho v_D^2 + \rho g \cdot 0 = p_0 + \frac{1}{2}\rho v_D^2$

$C \Rightarrow \cancel{p_0} + \cancel{\rho} g x = \cancel{p_0} + \frac{1}{2}\cancel{\rho} v_D^2$

$$\boxed{v_D = \sqrt{2gx}}$$

$$\boxed{Q_{out,2} = S v_D = S\sqrt{2gx}}$$

$Q_{in,2} = 2\, Q_{out,2}$

$\Rightarrow \boxed{Q_{out,2} = \sqrt{gh} \cdot S}$

$Q_{in,2} = 2\sqrt{gh}\, S$

$\cancel{S}\sqrt{2gx} = \cancel{S}\sqrt{gh}$

$\sqrt{2x} = \sqrt{h}$

$2x = h \quad \Rightarrow \boxed{x = \frac{h}{2}}$

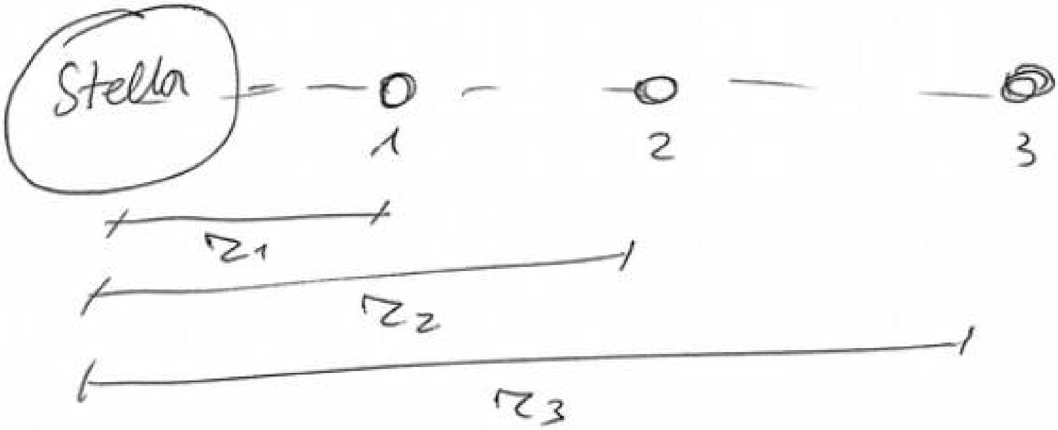
Altezza incognita del liquido nel secondo vaso

Esercizio estratto dall'esame di Fiisca 1 del 5 Settembre 2018

Esercizio 5

Una stella ha raggio R pari al triplo del raggio solare e temperatura superficiale T=12000K: circa il doppio di quella solare. Intorno alla stella orbitano vari pianeti, che si chiamano Piuno Pidue Pitre.. Pikappa, tutti di raggio $a=6\times10^3$m, i quali si muovono su orbite circolari di raggi $\boxed{r_k=k^2D/2}$ dove D è il raggio dell'orbita terrestre (altrimenti noto come Unità Astronomica). Dovendovi trasferire in uno di questi pianeti, su quale andreste ad abitare?

$$r_1 = \frac{D}{2} \quad , \quad r_2 = 2D \quad , \quad r_3 = \frac{9}{2}D \, , \quad r_4 = 8D \ldots$$



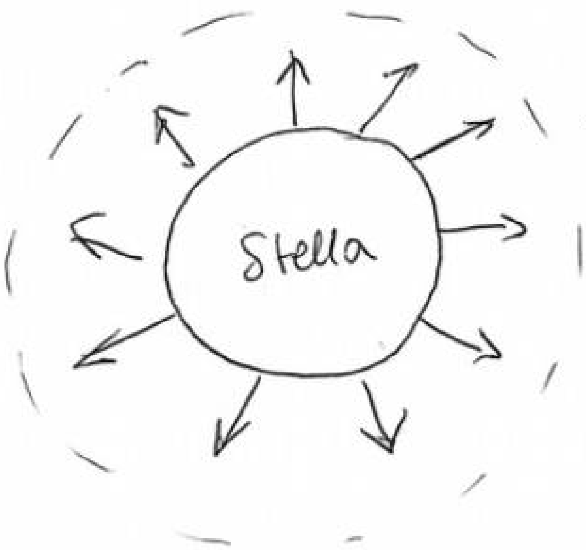
legge di Stefan - Boltzmann

$$J = \sigma T^4$$

J: potere emissivo $\left[\frac{W}{m^2} \right]$

T: temperatura

σ: $5.67 \cdot 10^{-8} \ \frac{W}{m^2 K^4}$



emette colore

1) Quanta potenza termica emette la stella?

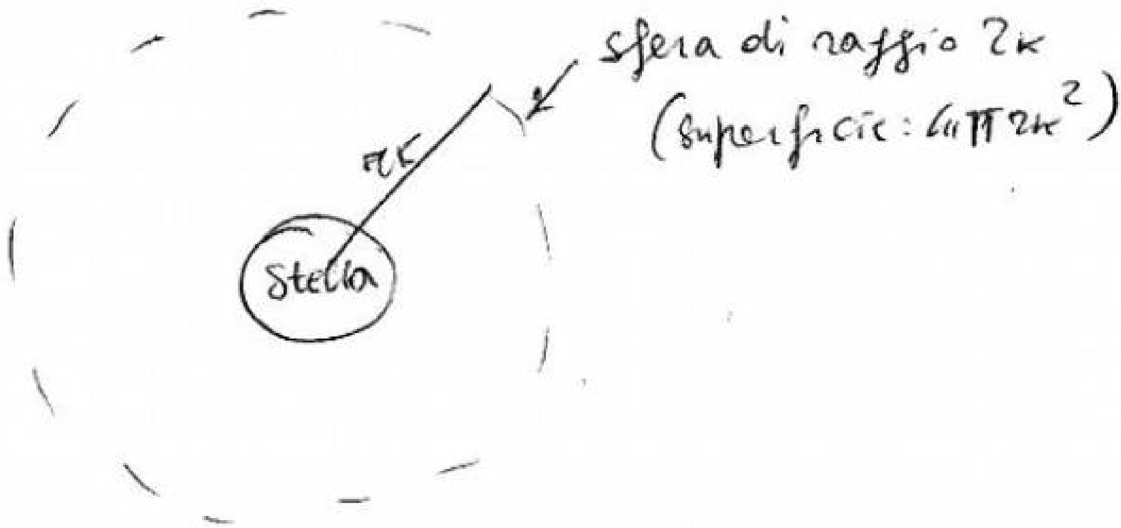
La stella emette $\sigma T^4 \left[\frac{W}{m^2}\right]$ ed ha una superficie pari a $4\pi R^2$ $[m^2]$

$$\Rightarrow P^{STELLA}_{EMESSA} = J \cdot \text{sup. stella}$$

$$= \sigma T^4 4\pi R^2 \quad [W].$$

---

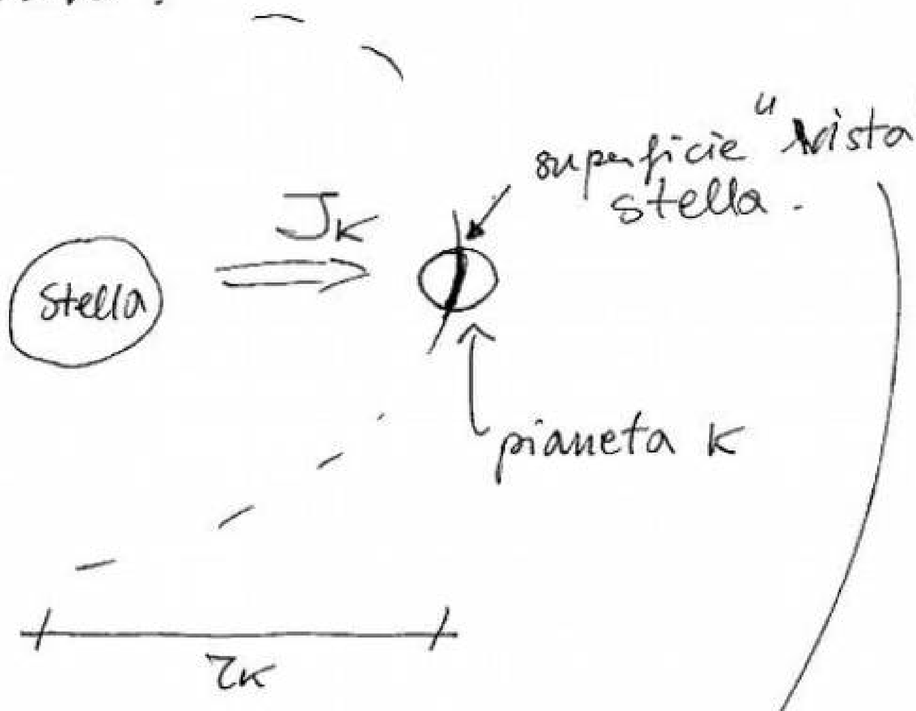
2) Quanta potenza per unità di superficie arriva a distanza r_K dal centro della stella?



$$\Rightarrow J_K = \frac{P^{STELLA}_{EMESSA}}{\text{superficie sfera}} = \frac{\sigma T^4 \cancel{4\pi} R^2}{\cancel{4\pi} r_K^2} =$$

$$= \sigma T^4 \frac{R^2}{r_K^2}$$

3) Poiché il k-esimo pianeta sta a distanza r_k dalla stella, quanta potenza termica gli arriva?



$$P^{k}_{ASSORBITA} = J_k \cdot \text{superficie}$$

Tale superficie è approssimativamente πa^2 (area del cerchio di raggio a).

$$\Rightarrow P^{k}_{ASSORBITA} = \sigma T^4 \frac{R^2}{r_k^2} \cdot \pi a^2$$

4) Il pianeta K ha temperatura T_K.

$$\boxed{P^K_{EMESSA} = \sigma T_K^4 \cdot 4\pi a^2}$$

$$\left(J^K_{EMESSA} = \sigma T_K^4 \right) \quad \left[\frac{W}{m^2} \right]$$

$$\left(P^K_{EMESSA} = J^K_{EMESSA} \cdot \underset{4\pi a^2}{\text{superficie di } K} \right)$$

5) All'equilibrio termodinamico.

$$\underbrace{P^K_{EMESSA}} = P^K_{ASSORBITA}$$

$$\cancel{\sigma} T_K^4 \, 4\cancel{\pi}\cancel{a^2} = \cancel{\sigma} \frac{T^4 R^2}{r_K^2} \cancel{\pi}\cancel{a^2}$$

$$4 T_K^4 = \frac{T^4 R^2}{r_K^2} \Rightarrow 2 T_K^2 = T^2 \frac{R}{r_K}$$

incognita

$$\Rightarrow \boxed{T_K = T \sqrt{\frac{R}{2 r_K}}}$$

NOTE

$R = 3R_{SOLE}$

$T = 2\,T_{SOLE}$

$\tau_K = \frac{K^2}{2} D$

$R_{SOLE} = \cancel{150 \cdot 10^9}\ 700 \cdot 10^6\ m$

$T_{SOLE} = 6000\ K$

D: distanza terra - sole
$150 \cdot 10^9\ m$

$$\boxed{T_{TERRA} = T_{SOLE}\sqrt{\frac{R_{SOLE}}{2D}} \simeq 290K \simeq 17°C}$$

$$T_K = T\sqrt{\frac{R}{2\tau_K}} = 2T_{SOLE}\sqrt{\frac{3R_{SOLE} \cdot 2}{K^2 2D}}$$

$$= \underbrace{T_{SOLE}\sqrt{\frac{R_{SOLE}}{2D}}}_{T_{Terra}} \cdot 2\sqrt{\frac{6}{K^2}}$$

La temperatura del pianeta k
è pari alla temperatura terrestre,
moltiplicata per un certo
coefficiente che dipende da k.

Condizioni ideali

$$\boxed{T_K \simeq T_{TERRA}} \Rightarrow 2\sqrt{\frac{6}{K^2}} \simeq 1$$

In condizioni ideali,
tale coefficiente deve
essere circa 1.

$$4 \cdot \frac{6}{K^2} = 1 \Rightarrow K^2 = 24 \Rightarrow K = \sqrt{24} \simeq 5$$

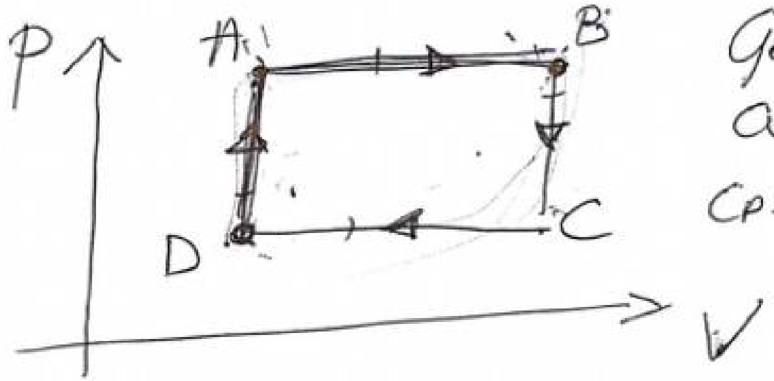
Pianeta $K = 5$ è più idoneo per viverci.

Esercizio estratto dall'esame di Fisica 1 del 8 Febbraio 2016

Esercizio 4

Due termostati, rispettivamente a temperatura T_C=727°C e T_A=127°C vengono utilizzati per azionare una macchina termica M. M produce lavoro in un ciclo quasi statico costituito da due isobare e due isocore ed utilizza un gas perfetto monoatomico. Le temperature estreme raggiunte durante il ciclo sono quelle dei termostati. Il calore che M assorbe nel riscaldamento isocoro è uguale a quello che assorbe nel riscaldamento isobaro. Dopo aver determinato le temperature a cui terminano le isocore, calcolare il rendimento della macchina.

Se, in un ciclo, M assorbe dal termostato a temperatura T_C una quantità di calore Q_{ASS}=3322J, qual è l'aumento di entropia dell'universo? [Fornire i risultati con 3 cifre significative]



Gas monoatomico

$C_V = \frac{3}{2}R$

$C_P = \frac{5}{2}R$

$T_B = 727\,°C = 1000\,K$

$T_D = 127\,°C = 400\,K$

Q_{DA} : calore assorbito (>0)

Q_{AB} : calore assorbito (>0)

$$\boxed{Q_{DA} = Q_{AB}} \equiv Q$$

$Q_{AB} = Q$ calore assorbito durante isobara.

$$Q_{AB} = n\,C_p\,(T_B - T_A) = Q$$

$Q_{DA} = Q$ calore assorbito durante isocora

$$Q_{DA} = n\,C_V\,(T_A - T_D) = Q$$

$$\cancel{n}\,C_p\,(T_B - T_A) = \cancel{n}\,C_V\,(T_A - T_D)$$

$$\frac{5}{2}\cancel{R}\,(1000 - T_A) = \frac{3}{2}\cancel{R}\,(T_A - 400)$$

$$5\,(1000 - T_A) = 3\,(T_A - 400)$$

$$5000 - 5T_A = 3T_A - 1200$$

$$8T_A = 6200 \Rightarrow \boxed{T_A = 775\ K}$$

	P	V	T
A	P_A	V_A	~~1000~~ 775
B	P_A	V_C	1000
C	P_C	V_C	516
D	P_C	V_A	400

Il calcolo della temperatura dello stato C si trova alla pagina successiva!

$$p_A V_A = mR\,775$$

$$p_A \cdot V_C = mR\,1000 \Rightarrow V_C = \frac{mR\,1000}{p_A}$$

$$p_C V_C = mRT_C$$

$$p_C V_A = mR\,400 \Rightarrow p_C = \frac{mR\,400}{V_A}$$

$$p_C \cdot V_C = \frac{m^2 R^2\, 1000 \cdot 400}{p_A V_A}$$

$$= \frac{m^{\cancel{2}} R^{\cancel{2}} \cdot 1000 \cdot 400}{\cancel{mR}\, 775}$$

$$= mR\, \frac{1000 \cdot 400}{775} = mR\cancel{T}_C$$

$$\boxed{T_C = \frac{1000 \cdot 400}{775} = 516\ K}$$

Rendimento

$$\eta = \frac{L_{COMPIUTO}}{Q_{ASSORBITO}}$$

$$L_{COMPIUTO} = L_{AB} + L_{CD}$$ (solo durante le isobare si compie lavoro)

$$L_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} p_A \, dV = p_A (V_B - V_A)$$

$$L_{CD} = \int_{V_C}^{V_D} p_C \, dV = p_C (V_D - V_C)$$

$$\underline{L_{COMPIUTO}} = p_A V_B - p_A V_A + p_C V_D - p_C V_C$$

$$= \underbrace{p_A V_C} - p_A V_A + \underbrace{p_C} V_A - p_C V_C$$

$$= mR1000 - mR775 + mR400 - mR516$$

$$= mR \cdot 109 > 0$$

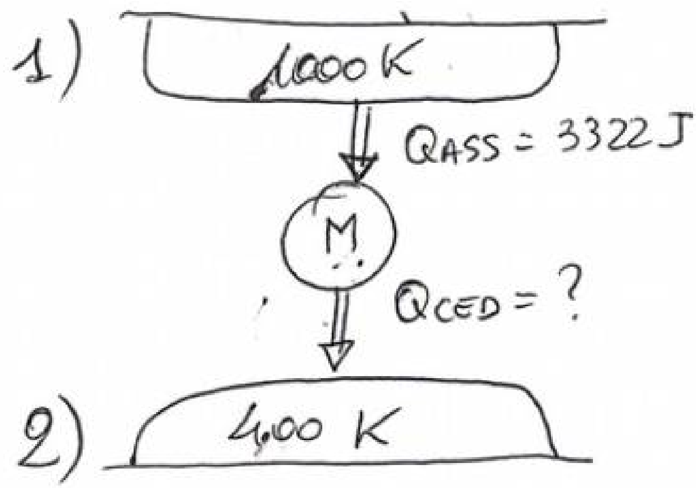
$$\underline{Q_{ASSORBITO}} = Q_{DA} + Q_{AB}$$

$$= mc_V (T_A - T_D) + mc_p (T_B - T_A) =$$

$$= \frac{3}{2} mR (775 - 400) + \frac{5}{2} mR (1000 - 775)$$

$$= mR \, 1125.$$

$$\eta = \frac{MR109}{MR1125} \simeq 0.1 \quad (10\%)$$



$$\Delta S_M = 0$$

1) Cede calore Q_{ASS}

$$Q_1 = -3322 \text{ J}$$

$$\Delta S_1 = \frac{Q_1}{1000} = -\frac{3322}{1000} = -3.322$$

2) Assorbe calore Q_{CED}

$$\underline{Q_{CED} > 0}$$

Q_{CED}? $\qquad Q_{CED} = -Q_{BC} - Q_{CD}$

$$Q_{BC} = m\,C_V\,(T_C - T_B) = \frac{3}{2} R m\,(516 - 1000) < 0$$

$$Q_{CD} = m\,C_P\,(T_D - T_C) = \frac{5}{2} R m\,(400 - 516) < 0$$

$$\ldots \quad \Delta S_2 = \frac{Q_{CED}}{400} \quad \ldots$$

$$\Delta S_U = \Delta S_1 + \Delta S_2$$

$Q_{CED} = -mR\,1016$

$\Rightarrow \Delta S_2 = -\frac{mR(-1016)}{400} = +mR \cdot 2{,}5$

<u>NOTA</u>
Q_{CED} è assorbito da T_2!
L'entropia di T_2 aumenta.

$\Delta S_U = \Delta S_1 + \Delta S_2 = -3.3 + mR \cdot 2.5$

Ci aspettiamo che $\Delta S_U \geq 0$.

Come calcolo mR??

Sappiamo che:

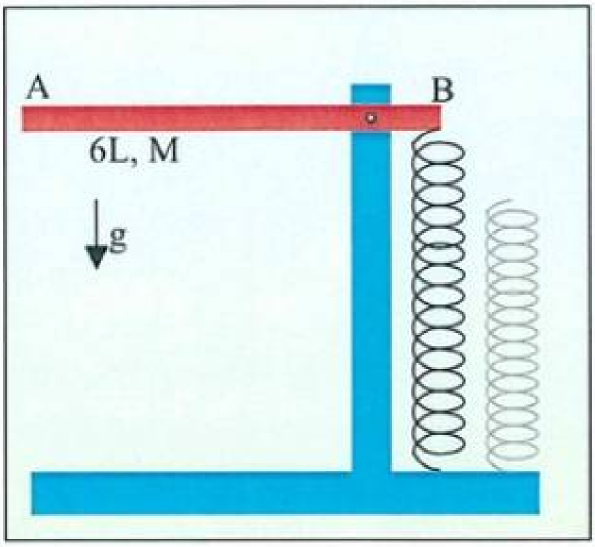
$Q_{ASS} = 3322\,J = mR\,1125 \Rightarrow mR \simeq 3$

$\Rightarrow \boxed{\Delta S_U = -3.3 + 3 \cdot 2{,}5 = 4.2 > 0}$

Questo significa che il ciclo del motore non è reversibile.

Esercizio estratto dall'esame di Fiisca 1 del 29 Aprile 2005

Esercizio 1

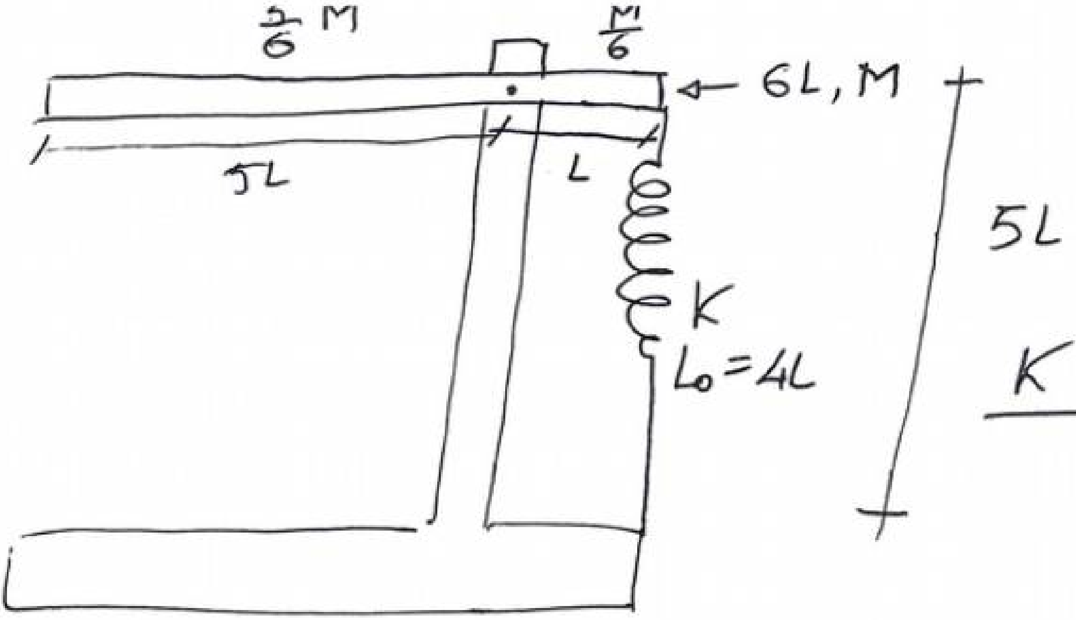


Si consideri il sistema in figura, dove una sbarretta AB omogenea di massa M e lunghezza 6L, imperniata in un punto distante L dal suo estremo B, è mantenuta in equilibrio in posizione orizzontale da una molla di lunghezza a riposo 4L, la quale è connessa all'estremo B e ad un punto sulla verticale di B ed è estesa fino a raggiungere una lunghezza di 5L.

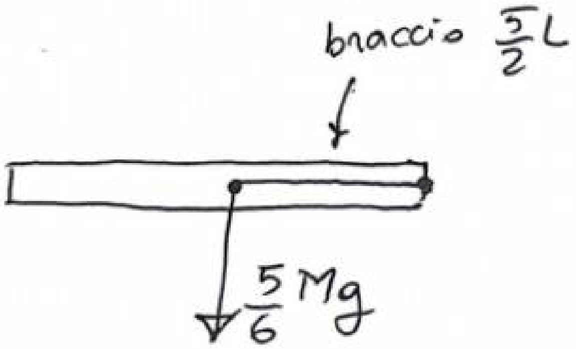
a) Determinare la costante elastica della molla. ✓
b) Scrivere l'equazione del moto valida per piccole oscillazioni intorno alla posizione d'equilibrio del sistema e calcolare il periodo di tali piccole oscillazioni.

Si supponga poi che, con il sistema fermo all'equilibrio, la molla si rompa.

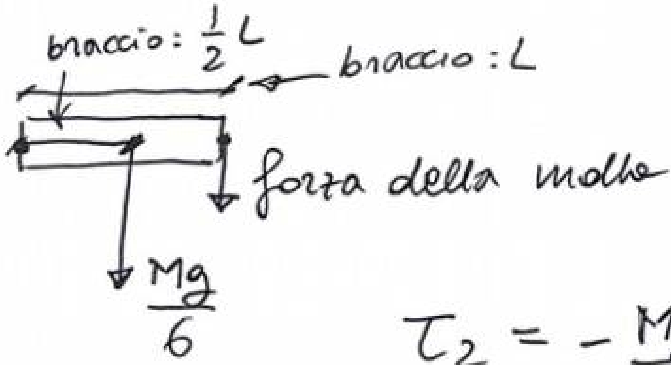
c) Determinare la velocità angolare massima assunta dalla sbarretta
d) Calcolare l'intensità della reazione vincolare all'istante in cui la sbarretta passa dalla posizione verticale.



K incognita



$$\tau_1 = \frac{5}{6}Mg\,\frac{5}{2}L = \frac{25}{12}MgL$$



$$\tau_2 = -\frac{Mg}{6}\cdot\frac{L}{2} - L\,F_M$$

$$F_M = K\,(5L - 4L) = KL$$

lunghezza attuale

lunghezza a riposo

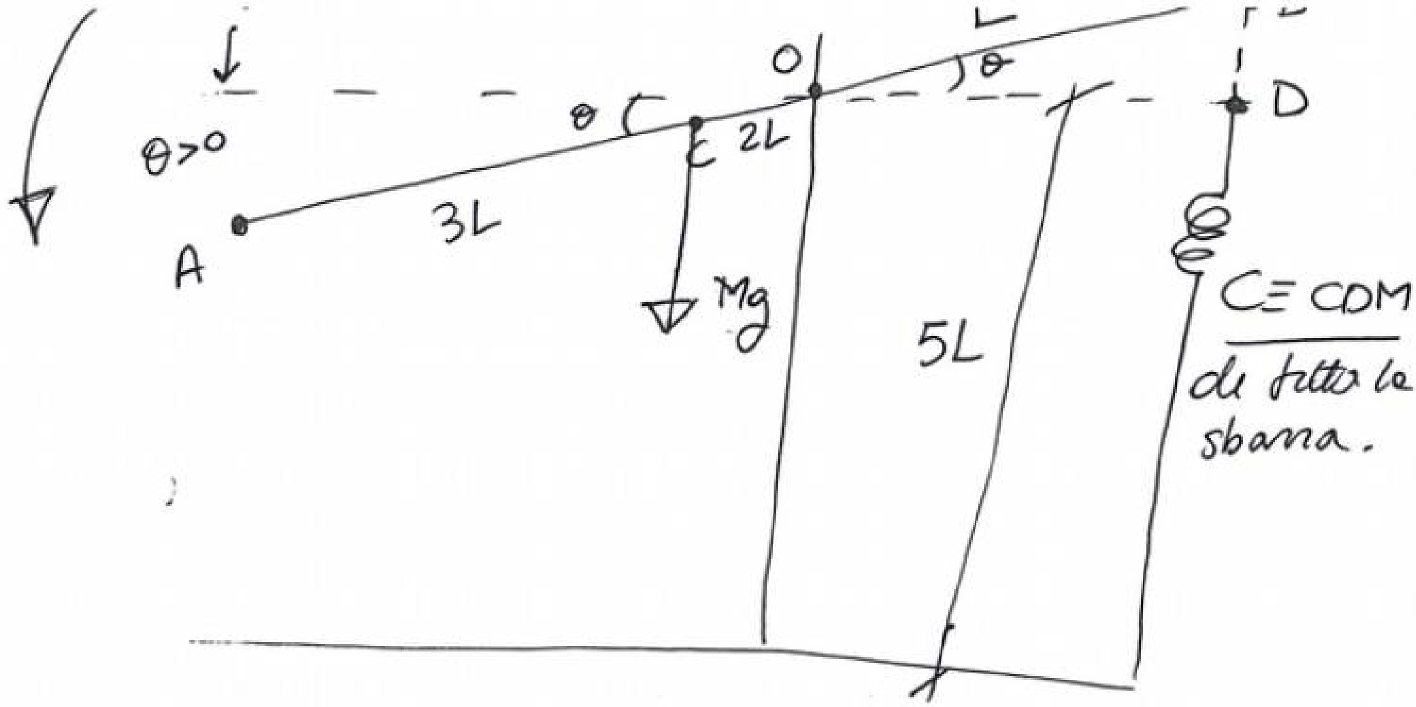
$$\tau_2 = -\frac{MgL}{12} - KL^2$$

$\tau_1 + \tau_2 = 0$ (condizione di eq. statico)

$$\frac{25}{12} MgL - \frac{1}{12} MgL - kL^2 = 0$$

$$2Mg\cancel{L} - kL^{\cancel{2}} = 0$$

$$\boxed{k = \frac{2Mg}{L}}$$



Che cos'è $\overline{BD}$? L'ulteriore allungamento della molla!

$$\overline{BD} = L \sin\theta$$

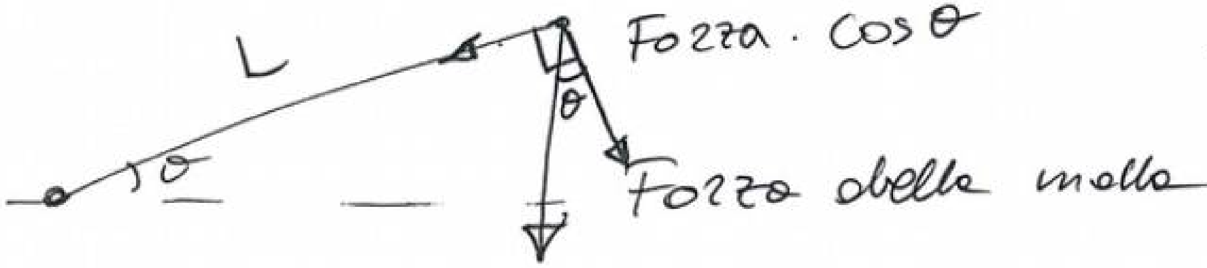
Lunghezza totale della molla:

$$5L + L\sin\theta$$

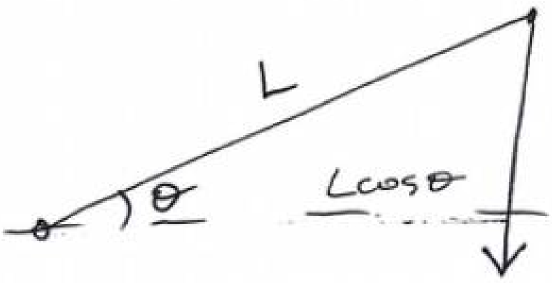
Forza agente in B (modulo):
(prodotta dalla molla)

$$K(5L + L\sin\theta - 4L) = \boxed{KL(1+\sin\theta)}$$

Momento torcente della molla:



1)

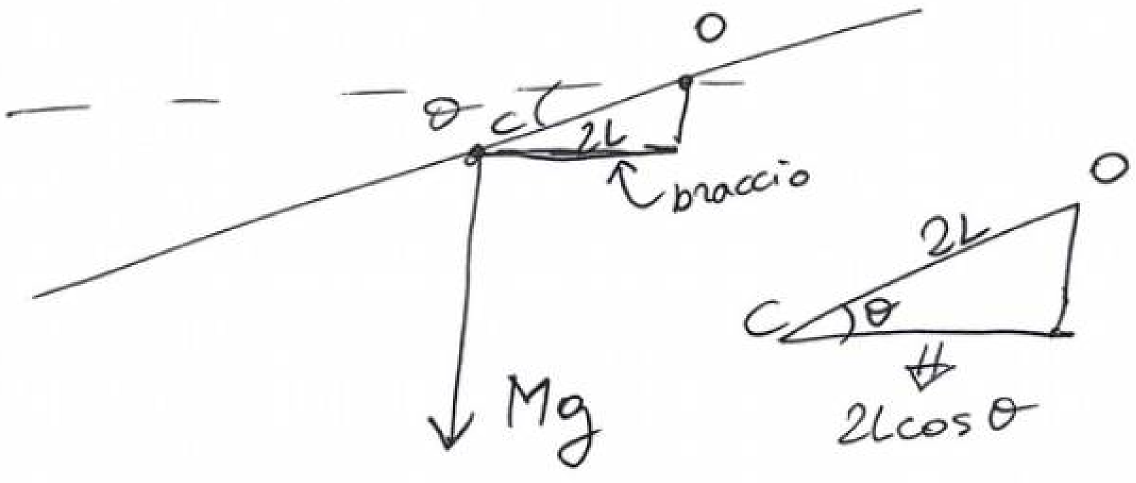


2)

1) $\tau = -\underbrace{L}\cdot\underbrace{F}\cdot\underbrace{\cos\theta}$

2) $\tau = \underbrace{-L\cos\theta}\cdot F$

$$\boxed{\tau_M = -kL^2(1+\sin\theta)\cos\theta}$$



$$\Rightarrow \quad \tau_P = Mg\,2L\cos\theta$$

$$\tau_{TOT} = \tau_M + \tau_P = -KL^2(1+\sin\theta)\cos\theta + Mg2L\cos\theta$$

$$\boxed{I\ddot{\theta} = \tau_{TOT}}$$

$$K = \frac{2Mg}{L}$$

$$I\ddot{\theta} = -\frac{2Mg}{\cancel{L}}L^2(1+\sin\theta)\cos\theta + Mg2L\cos\theta$$

$$= \cancel{-2MgL\cos\theta} - 2MgL\sin\theta\cos\theta \cancel{+Mg2L\cos\theta}$$

$$= -2MgL\sin\theta\cos\theta$$

$$2\sin\theta\cos\theta = \sin 2\theta$$

$$\sin 2\theta \simeq 2\theta \qquad 2\theta \to 0$$

$$I\ddot{\theta} = -MgL \cdot 2\theta$$

<u>Moto armonico</u>

$$I = \frac{1}{12} M (6L)^2 + M (2L)^2$$

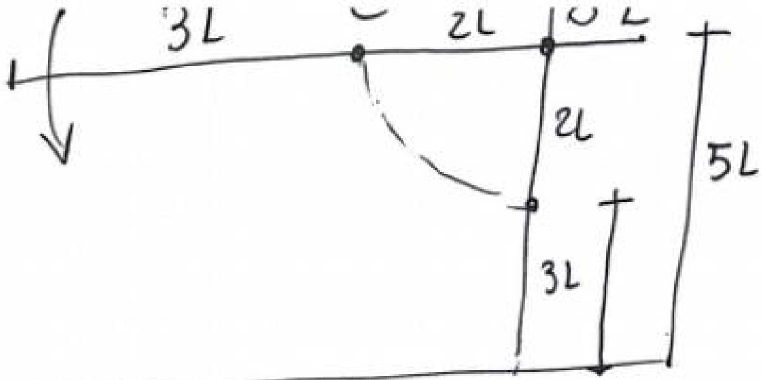
$$= \frac{1}{\cancel{12}_{1}} M \cancel{36}^{3} L^2 + 4ML^2 = 7ML^2.$$

$$7\cancel{M}L^{\cancel{2}}\ddot{\theta} = -2\cancel{M}g\cancel{L}\theta$$

$$\ddot{\theta} = -\frac{2g}{7L}\theta \rightsquigarrow \omega^2$$

ω: pulsazione

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \dots$$



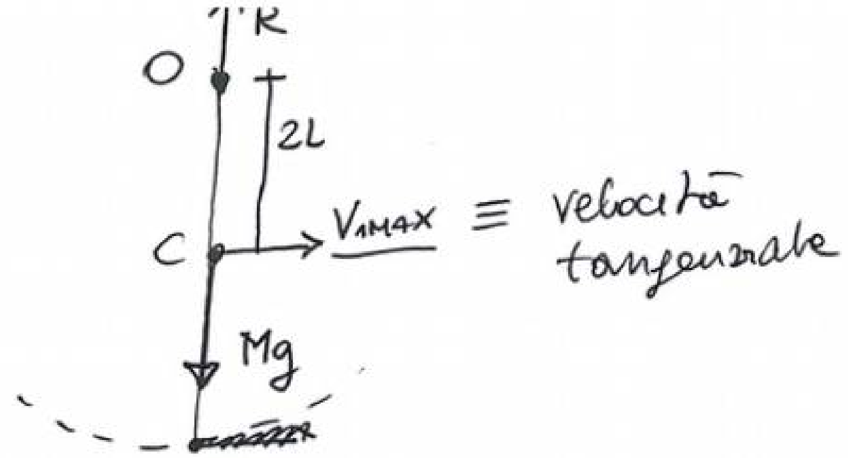
5L: ~~altez~~ quota COM iniziale
3L: quota COM finale.

$$U_0 + K_0 = U_1 + K_1$$

$$Mg\,5L + 0 = Mg\,3L + \frac{1}{2} M V_{1\,MAX}^2$$

$$\cancel{M}g\,2L = \frac{1}{2}\cancel{M} V_{1\,MAX}^2$$

$$\boxed{V_{1\,MAX} = 2\sqrt{gL}}$$



Se fosse stato un caso statico:

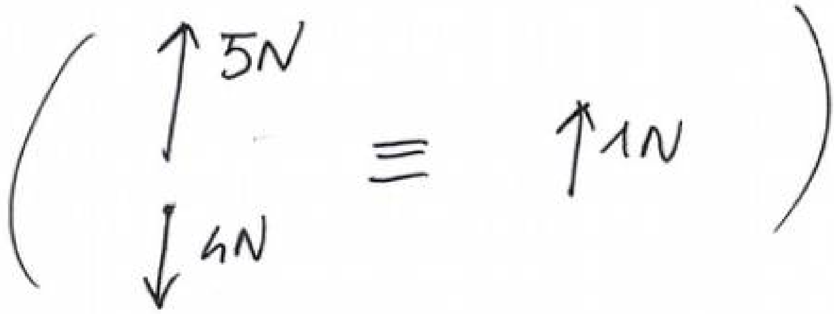
$$R - Mg = 0 \qquad \Rightarrow R = Mg$$

Siccome è in moto rotatorio, allora

$$R - Mg \neq 0$$

perché ho forza centripeta.

Inoltre: $R > Mg$



$$R - Mg = F_{centripeta} = M\frac{v^2}{2L}$$

$$R = \frac{Mv^2}{2L} + Mg = \frac{M4g\cancel{L}}{2\cancel{L}} + Mg = 3Mg.$$

$(v = 2\sqrt{gL})$

reazione vincolare fulcro