Corso di recupero di Fisica 2017/2018

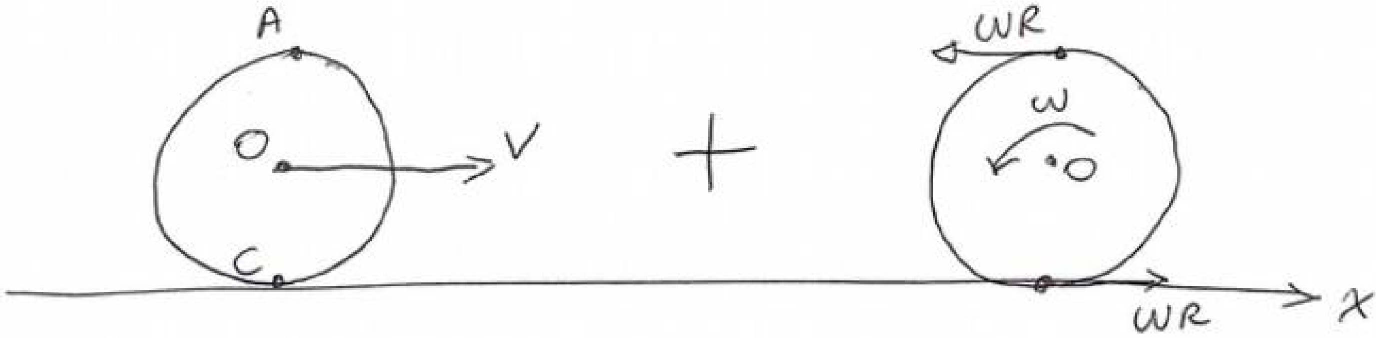
Dario Madeo

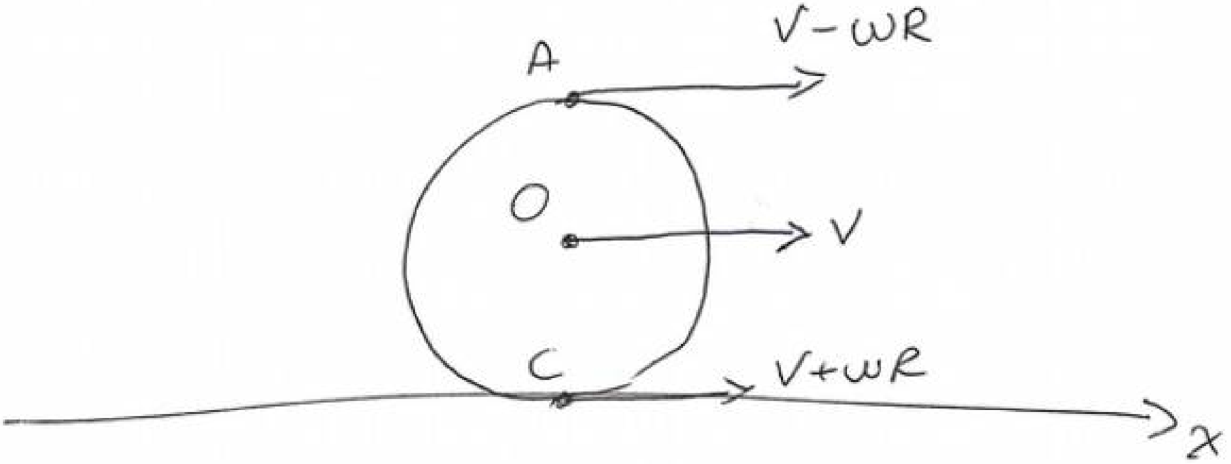
Lezione del 27/06/2018

Slides disponibili all'indirizzo
http://www.dii.unisi.it/~madeo/crf/crf1718.html

Moto di puro rotolamento

È composizione di un moto traslatorio e di un moto rotatorio.



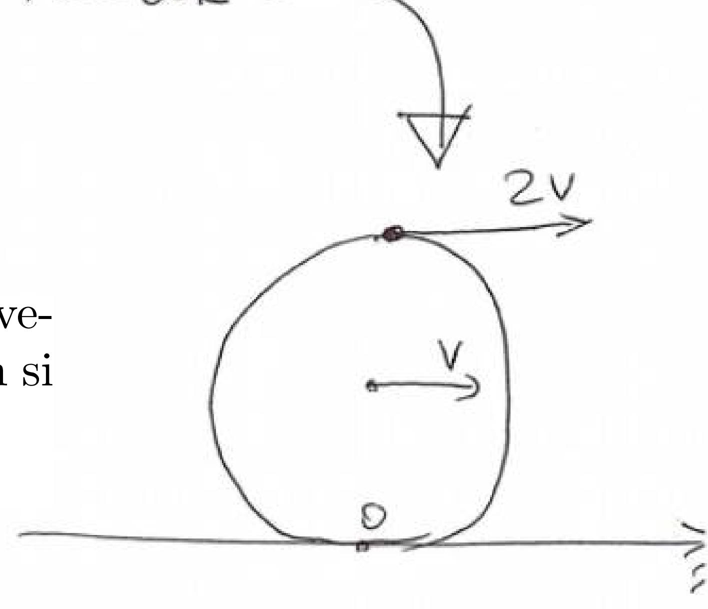


Se non c'è slittamento sul piano, allora $\underline{V_C = 0}$. (0 è la velocità del piano)

$$V_C = V + \omega R = 0 \Rightarrow V = -\omega R$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{a + \alpha R = 0}$$



In generale, dette v_P ed a_P la velocità e l'accelerazione del piano, non si ha strisciamento se:

$v + \omega R = v_P \Rightarrow a + \alpha R = a_P$.

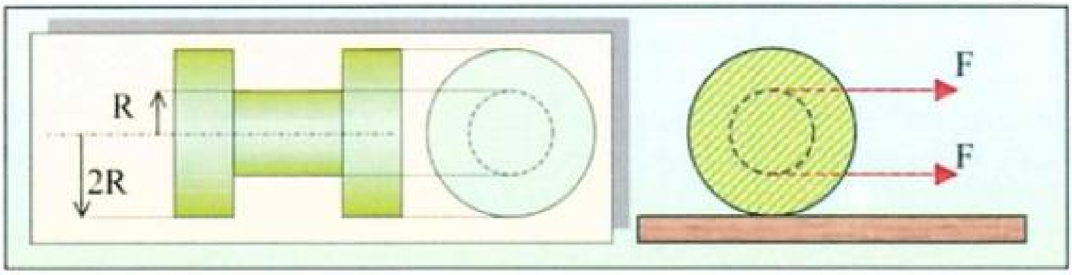
Rotolamento ed attrito

Durante un moto di rotolamento, la parte inferiore del corpo rotolante interagisce con il piano di appoggio. Questa interazione produce una forza di attrito sul corpo rotolante.

Se non si ha strisciamento, la velocità del punto di contatto deve essere uguale a quella del piano. Questo implica che il punto di contatto **è fermo** in relazione al piano (questo è vero anche se il piano si muove). Dunque, l'attrito che si genera è di tipo **statico**. La direzione di tale forza non è in generale nota a priori.
Da notare che in questa circostanza, l'attrito non compie lavoro.

Se si ha strisciamento, la velocità del punto di contatto non è uguale a quella del piano. Questo implica che il punto di contatto **non è fermo** in relazione al piano (questo è vero anche se il piano si muove). Dunque, l'attrito che si genera è di tipo **dinamico**. In particolare, la direzione dell'attrito dinamico è opposta alla direzione della velocità del punto di contatto. Infine, è facile intuire che tale attrito compie lavoro, frenando l'oggetto rotolante.

Esercizio estratto dall'esame di Fisica 1 del 17 Aprile 2003



Esercizio 2

Un rocchetto è costituito da 3 cilindri omogenei, dei quali due hanno massa M e raggio 2R e uno (quello centrale) ha massa 2M e raggio R. Il rocchetto poggia su un piano orizzontale su cui rotola senza strisciare. Tramite due fili opportunamente avvolti sul rocchetto centrale vengono applicate al sistema due forze identiche F che agiscono orizzontalmente (vedi figura). Calcolare

a) il momento d'inerzia del sistema, sia rispetto al suo asse di simmetria sia rispetto all'asse passante per i punti di contatto;

b) l'accelerazione angolare del sistema;

c) l'accelerazione del centro di massa del rocchetto

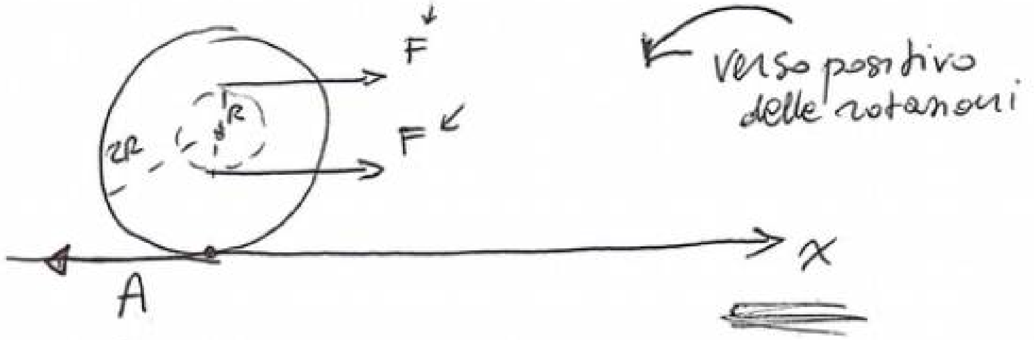
d) il modulo della forza d'attrito fra rocchetto e piano, chiarendo anche se si tratta di una forza d'attrito statico o di attrito dinamico.

Momento di inerzia

$$I_0 = \underbrace{\frac{1}{2} \cdot 2MR^2}_{\text{cil. interno}} + \underbrace{2\left(\frac{1}{2} M (2R)^2\right)}_{\text{cil. esterno}}$$

$$= MR^2 + M4R^2 = 5MR^2.$$

$$I_C = I_0 + (2R)^2 \cdot 4M = 5MR^2 + 16MR^2 = 21MR^2.$$



attrito statico (si trova sempre nel moto di puro rotolamento)

$$\begin{cases} 4Ma = 2F - A \\ I_0 \alpha = -\cancel{FR} + \cancel{FR} - 2RA = -2RA \\ a + 2R\alpha = 0 \end{cases}$$

Incognite: a, α, A

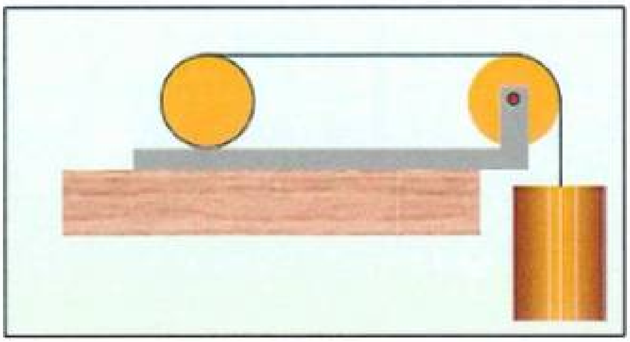
$$\begin{cases} 4M(-2R\alpha) = 2F - A \\ I_0 \alpha = -2RA \\ a = -2R\alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -8MR\alpha = 2F - A \\ \alpha = -\frac{2RA}{I_0} = -\frac{2\cancel{R}A}{5MR^{\cancel{2}}} = -\frac{2}{5}\frac{A}{MR} \\ a = -2R\alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{16}{5} A = 2F - A \\ \alpha = -\frac{2}{5}\frac{A}{MR} \\ a = -2R\alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{10}{21} F \\ \alpha = -\frac{4}{21}\frac{F}{MR} \\ a = \frac{8}{21}\frac{F}{M} \end{cases}$$

Esercizio estratto dall'esame di Fisica 1 del 4 Luglio 2003

Esercizio 2

Un cilindro di massa M, raggio R e momento d'inerzia I rispetto all'asse di simmetria, poggia su un binario orizzontale su cui rotola senza strisciare. Sul cilindro è avvolto del filo inestensibile di massa trascurabile che, tramite una carrucola (costituita da un cilindro identico al primo) sostiene un terzo cilindro identico ai primi due.



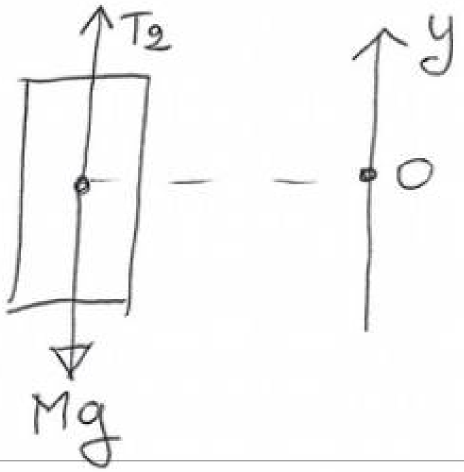
Calcolare:

a) le tensioni dei due tratti di filo liberi
b) l'accelerazione angolare della carrucola e del cilindro appoggiato
c) la velocità del cilindro sospeso se il sistema è lasciato libero (da fermo) per il tempo Δt necessario a far compiere una rotazione completa alla carrucola
d) la durata dell'intervallo di tempo Δt.

$$I = \frac{1}{2} M R^2$$

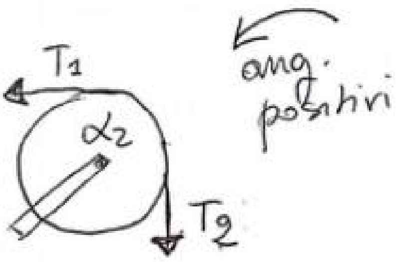
3 corpi => 3 diagrammi delle forze!

Corpo sospeso



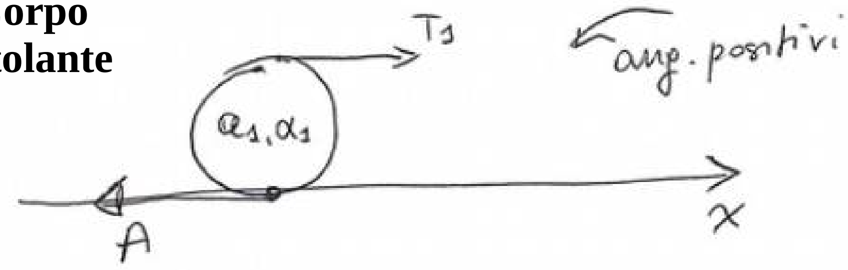
$$\boxed{M\ddot{y} = T_2 - Mg}$$

Carrucola



$$\boxed{I\alpha_2 = T_1 R - T_2 R}$$

Corpo rotolante



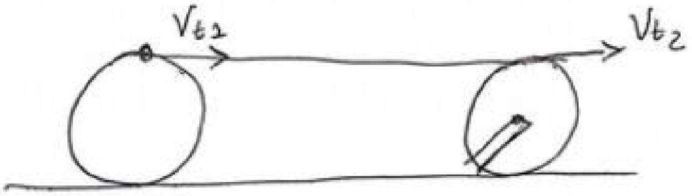
$$\boxed{\begin{aligned} M a_1 &= T_1 - A \\ I \alpha_1 &= -T_1 R - A R \end{aligned}}$$

4 equazioni, ma 7 incognite!

$a_1, \alpha_1, A, T_1, T_2, \alpha_2, \ddot{y}$

(+1) $\boxed{a_1 + \alpha_1 R = 0}$ Cond. puro rotolamento

<u>Legame corpo rotolante - carrucola</u>



Velocità tangenziali sono uguali: $\boxed{V_{t1} = V_{t2}}$

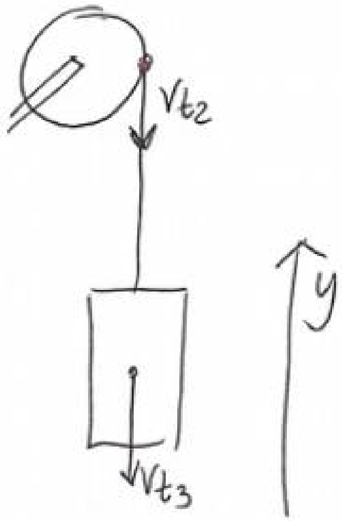
$$V_{t1} = V_1 - \omega_1 R \Rightarrow a_{t1} = a_1 - \alpha_1 R$$

$$V_{t2} = -\omega_2 R \Rightarrow a_{t2} = -\alpha_2 R$$

$$V_{t1} = V_{t2} \Rightarrow a_{t1} = a_{t2}$$

(+1) $\boxed{a_1 - \alpha_1 R = -\alpha_2 R}$

Legame carrucola - corpo appeso



$$v_{t2} = v_{t3} \Rightarrow a_{t2} = a_{t3}$$

$$v_{t2} = -\omega_2 R \Rightarrow a_{t2} = -\alpha_2 R$$

$$v_{t3} = -\dot{y} \Rightarrow a_{t3} = -\ddot{y}$$

$$\hookrightarrow \boxed{-\ddot{y} = -\alpha_2 R} \quad (+1)$$

Riassumendo

$$\begin{cases} M\ddot{y} = T_2 - Mg & 1 \\ I\alpha_2 = (T_1 - T_2)R & 2 \\ Ma_1 = T_1 - A & 3 \\ I\alpha_1 = -R(T_1 + A) & 4 \\ a_1 = -\alpha_1 R & 5 \\ a_1 - \alpha_1 R = -\alpha_2 R & 6 \\ -\ddot{y} = -\alpha_2 R & 7 \end{cases}$$

$$(5,6) \Rightarrow \boxed{\alpha_2 = 2\alpha_1}$$

$$(7) \Rightarrow \boxed{\ddot{y} = 2\alpha_1 R}$$

$$(5) \Rightarrow \boxed{a_1 = -\alpha_1 R}$$

$$(1) \Rightarrow \boxed{T_2 = 2MR\alpha_1 + Mg}$$

$$(2) \Rightarrow \boxed{T_1 = 3MR\alpha_1 + Mg}$$

$$(3) \Rightarrow \boxed{A = 4MR\alpha_1 + Mg}$$

$$(4) \quad I\alpha_1 = -RT_1 - RA$$

$$\frac{1}{2}\cancel{M}R^2\alpha_1 = -3\cancel{M}R^2\alpha_1 - R\cancel{M}g - 4MR^2\alpha_1 - R\cancel{M}g$$

$$R^2\alpha_1 = -6R^2\alpha_1 - 2Rg - 8R^2\alpha_1 - 2Rg$$

$$\alpha_1(R^2 + 6R^2 + 8R^2) = -4Rg$$

$$\boxed{\alpha_1 = -\frac{4}{15}\frac{g}{R}}$$

$$\alpha_2 = -\frac{8}{15}\frac{g}{R}$$

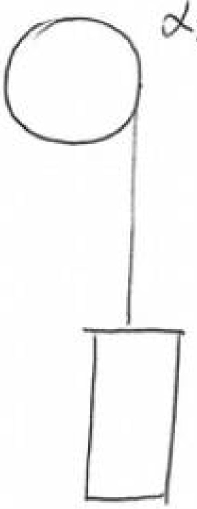
$$a_1 = \frac{4}{15}g$$

$$T_1 = \frac{Mg}{5}$$

$$T_2 = \frac{7}{15}Mg$$

$$\ddot{y} = -\frac{8}{15}g$$

$$A = -\frac{1}{15}Mg$$



$$\alpha_2 = -\frac{8}{15}\frac{g}{R}$$

$$\ddot{y} = -\frac{8}{15} g$$

Quanto spazio percorre il corpo appeso?

$$y(t) = \frac{1}{2}\ddot{y}t^2 = -\frac{4}{15} g t^2$$

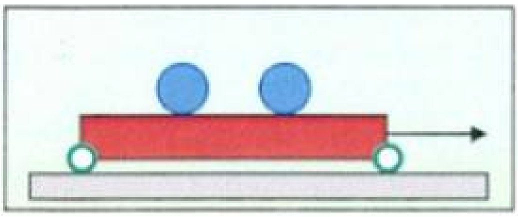
La carrucola compie un giro se $y(t) = -2\pi R$.

$$-\frac{4}{15} g t^2 = -2\pi R \Rightarrow t = \sqrt{\frac{15\pi R}{2g}}.$$

Velocità cilindro sospeso:

$$\dot{y}(t) = \ddot{y}t \Rightarrow \underbrace{-\frac{8}{15} g \cdot \sqrt{\frac{15\pi R}{2g}}}_{\text{Velocità del cilindro (finale)}}.$$

Esercizio estratto dall'esame di Fisica 1 del 13 Febbraio 2017

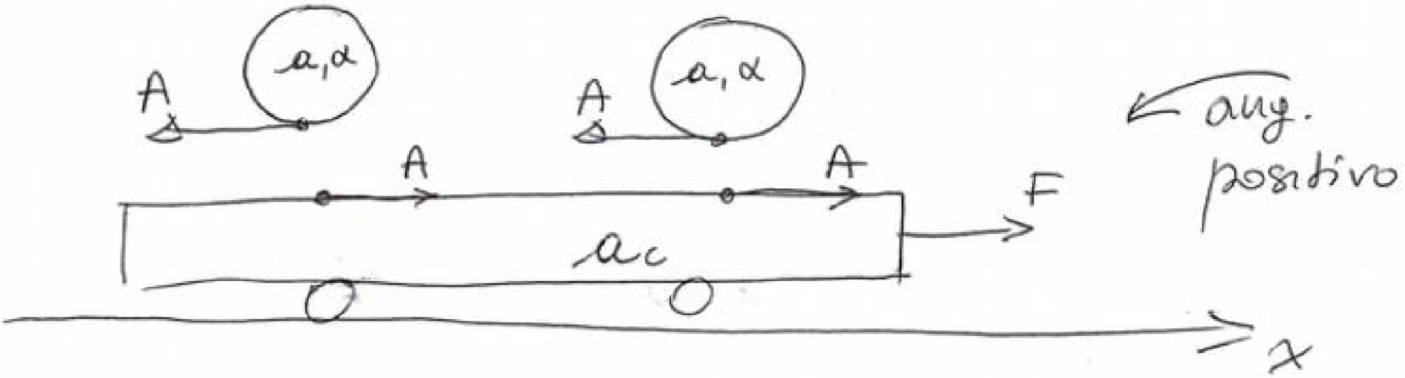


Esercizio 2

Su un binario orizzontale liscio può muoversi un carrello di massa trascurabile e lunghezza 3L. Sopra il carrello poggiano due cilindri di massa M e raggio R aventi l'asse orizzontale e perpendicolare alla direzione del binario. Tali cilindri possono compiere moto di puro rotolamento sopra il carrello. A t=0 un cilindro si trova a distanza L da un estremo del carrello, l'altro è in posizione simmetrica (vd figura) ed i tre corpi sono immobili. Una forza costante F è applicata al carrello verso destra. A quale istante cade il primo dei cilindri? Quanto lavoro è stato svolto da F fino a tale istante? Verificare che il lavoro calcolato in termini di forza e spostamento eguaglia l'energia cinetica dei cilindri.

$I = \frac{1}{2} M R^2$

m : massa del carrello



$$\begin{cases} Ma = -A \\ I\alpha = -RA \\ \boxed{\underbrace{a + \alpha R}_{\text{acc. punto di contatto}} = \underbrace{a_c}_{\text{acc. del carrello}}} \\ m a_c = F + 2A \end{cases}$$

Incognite
a, A, α, a_c

In questo caso, il piano si muove! Tuttavia l'attrito è sempre statico, perchè il punto di contatto è fermo rispetto al piano!

$$\begin{cases} a = -\dfrac{A}{M} \\ \alpha = -\dfrac{RA}{I} = -\dfrac{RA}{\frac{1}{2}MR^2} = -\dfrac{2A}{MR} \\ a_c = -\dfrac{A}{M} - \dfrac{2A}{MR}R = -3\dfrac{A}{M} \\ m\left(-\dfrac{3A}{M}\right) = F+2A \end{cases}$$

$$\Rightarrow -\frac{3m}{M}A - 2A = F$$

$$A\left(2+\frac{3m}{M}\right) = -F$$

$$A\left(\frac{2M+3m}{M}\right) = -F \Rightarrow \boxed{A = -\frac{FM}{2M+3m}}$$

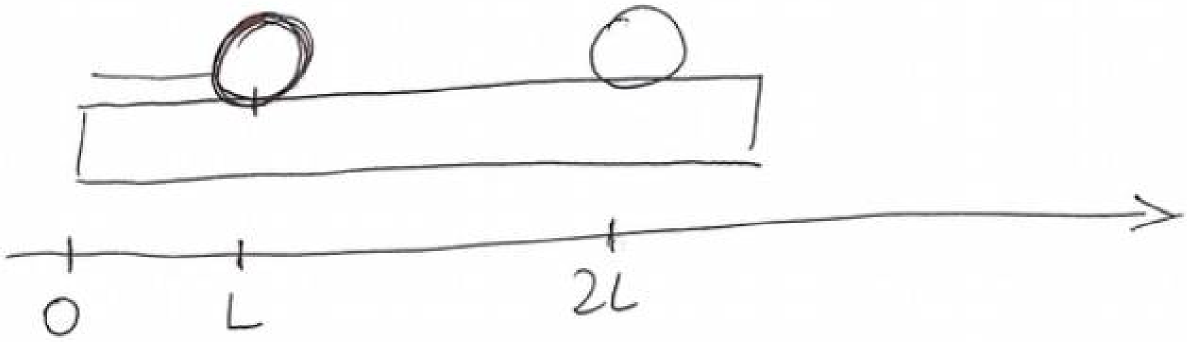
$$a = \frac{F}{2M+3m} \qquad \alpha = \frac{2F}{(2M+3m)R}$$

$$a_c = \frac{3F}{2M+3m}$$

Se m è trascurabile $(m \to 0)$

$$A = -\frac{F}{2} ; \quad a = \frac{F}{2M} ; \quad \alpha = \frac{F}{MR}$$

$$a_c = \frac{3F}{2M}$$



$s(t) \equiv$ spazio percorso da un cilindro

$$s(t) = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \frac{F}{2M} t^2$$

Casca quando ha percorso un tratto L.

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{F}{2M} t^2 = L$$

$$t = \sqrt{\frac{4ML}{F}}$$

$S_c(t)$: spazio percorso dal carrello

$$S_c(t) = \frac{1}{2} a_c t^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{3F}{2M} \left(\sqrt{\frac{4ML}{F}}\right)^2$$

$$= \frac{3\cancel{F}}{\cancel{4M}} \cdot \frac{\cancel{4M}L}{\cancel{F}} = 3L.$$

Lavoro compiuto: $F \cdot S_c = 3LF$

ERRATO!!!

$$K(t) = \frac{1}{2}\cancel{m}v_c^2(t) + 2\left(\frac{1}{2}Mv^2(t) + \frac{1}{2}I\omega^2(t)\right)$$

$$0 \; (m=0) \quad + \quad Mv^2(t) + I\omega^2(t).$$

$$v(t) = a t$$

$$\omega(t) = \alpha t$$

$$K(t) = M a^2 t^2 + \frac{1}{2} M R^2 \alpha^2 t^2$$

$$= M\left(\frac{F}{2M}\right)^2\left(\sqrt{\frac{4ML}{F}}\right)^2 + \frac{1}{2}MR^2\left(\frac{F}{MR}\right)^2\left(\sqrt{\frac{4ML}{F}}\right)^2$$

$$= \frac{\cancel{M}F^{\cancel{2}}}{\cancel{4M^2}} \cdot \frac{\cancel{4M}L}{\cancel{F}} + \frac{1}{2}\,\cancel{MR^2}\,\frac{F^{\cancel{2}}}{\cancel{M^2R^2}}\,\frac{4\cancel{M}L}{\cancel{F}}$$

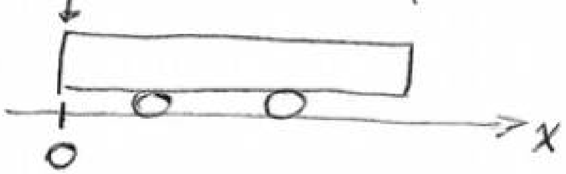
$$= FL + 2FL = 3FL = W.$$

ERRATO!!!

ERRATA CORRIGE

Domanda: "A quale istante cade il primo dei cilindri?"

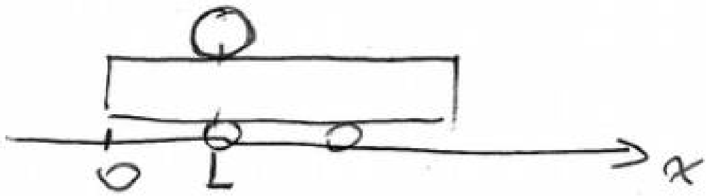
- Consideriamo il punto posteriore del carrello



A $t=0$, parte da $x=0$ con velocità nulla. Poiché l'accelerazione del carrello è pari a $\frac{3F}{2M}$, la legge oraria del punto posteriore è:

$$x_{POST}(t) = \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}\frac{F}{M}t^2 = \frac{3}{4}\frac{F}{M}t^2$$

- Consideriamo ora il cilindro più a sinistra:



A $t=0$, parte da $x=L$ con velocità nulla. La sua accelerazione è $\frac{F}{2M}$.

La legge oraria del CDM del cilindro è:

$$x_{CDM}(t) = L + \frac{1}{2}\cdot\frac{F}{2M}t^2 = L + \frac{F}{4M}t^2.$$

- Il cilindro cade all'istante t_1 tale che

$$x_{POST}(t_1) = x_{CDM}(t_1)$$

$$\frac{3}{4}\frac{F}{M}t_1^2 = L + \frac{F}{4M}t_1^2$$

$$3Ft_1^2 = 4ML + Ft_1^2$$

$$2Ft_1^2 = 4ML \implies t_1 = \sqrt{\frac{2ML}{F}}$$

Lavoro

$$S_c(t_1) = \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}\frac{F}{M}t_1^2 = \frac{3}{\cancel{4}_2}\frac{\cancel{F}}{\cancel{M}}\cdot\frac{\cancel{2}ML}{\cancel{F}} = \frac{3}{2}L.$$

$$W = F\cdot S_c(t_1) = \frac{3}{2}FL$$

Energia cinetica

$$K(t_1) = \frac{1}{2}\underbrace{m\,v_c^2(t_1)}_{\substack{\downarrow\\ 0 \\ (m=0)}} + 2\left(\frac{1}{2}Mv^2(t_1) + \frac{1}{2}I\omega_0^2(t_1)\right)$$

$$= Mv^2(t_1) + I\omega^2(t_1)$$

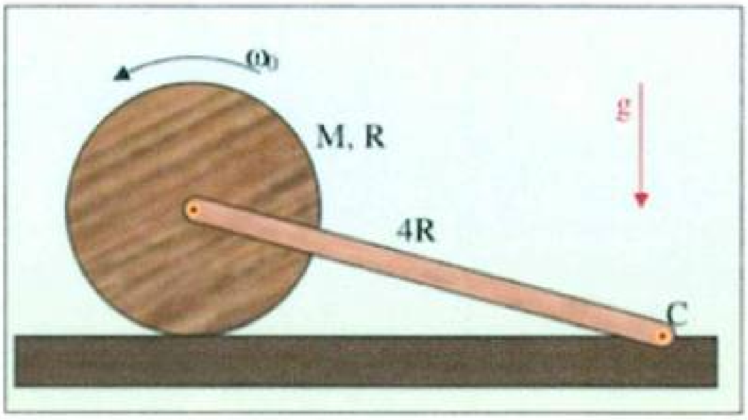
$$v(t_1) = a t_1 = \frac{F}{2M}\sqrt{\frac{2ML}{F}} \; ; \; \omega(t_1) = \alpha t_1 = \frac{F}{MR}\sqrt{\frac{2ML}{F}}$$

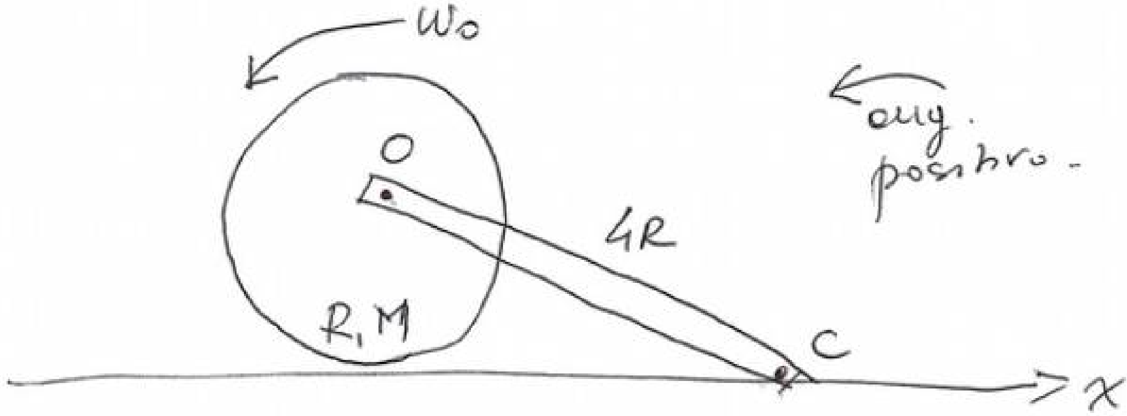
$$v^2(t_1) = \frac{F^{\cancel{2}}}{\cancel{4}_2 M^{\cancel{2}}}\frac{\cancel{2}ML}{\cancel{F}} = \frac{FL}{2M} \; ; \; \omega^2(t_1) = \frac{F^{\cancel{2}}}{M^2R^2}\cdot\frac{2ML}{\cancel{F}} = \frac{2FL}{MR^2}$$

$$K(t_1) = \cancel{M}\cdot\frac{FL}{2\cancel{M}} + \frac{1}{\cancel{2}}\cancel{MR^2}\cdot\frac{\cancel{2}FL}{\cancel{MR^2}} = \frac{FL}{2} + FL = \frac{3}{2}FL = W\,!$$

Esercizio estratto dall'esame di Fisica 1 del 19 Giugno 2012

Un cilindro omogeneo di massa M e raggio R ruota (sia ω_0 la sua velocità angolare iniziale) strisciando su un piano orizzontale scabro (sia μ_D il coefficiente d'attrito dinamico), essendo trattenuto mediante due sbarrette di lunghezza 4R e massa trascurabile, incernierate sul piano e vincolate all'asse del cilindro (vd. figura, dove una delle sbarretta nasconde l'altra). Determinare la forza esercitata dalla sbarretta sulla sua cerniera C (fornirne direzione e modulo, ovvero le componenti). Determinare inoltre l'accelerazione angolare α del cilindro ed il numero di giri che esso compie prima di fermarsi.

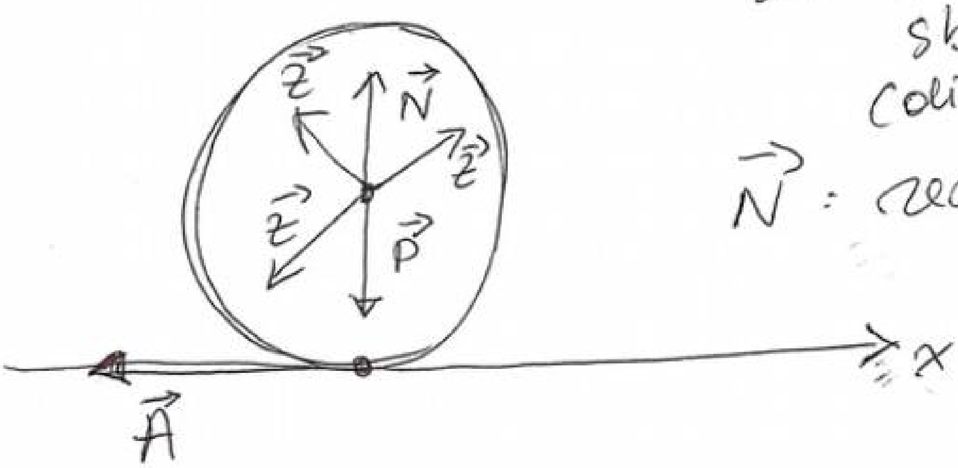




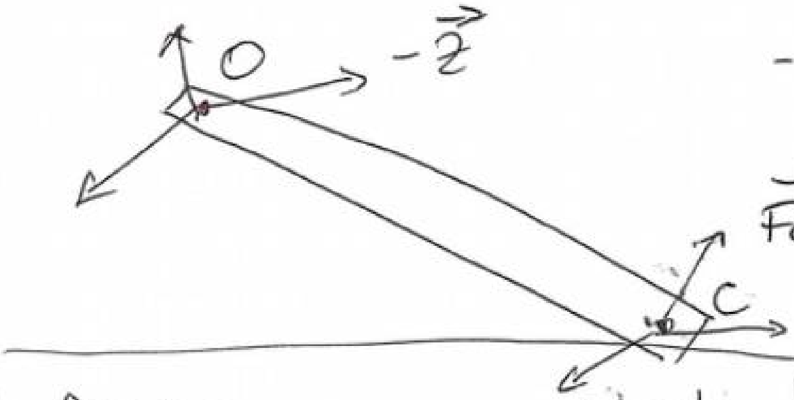
2 corpi → 2 diagrammi

$\vec{Z}$: reazione della sbarra (direzione non nota)

$\vec{N}$: reazione del piano.



In questo caso, l'attrito è dinamico poichè vi è strisciamento!



$-\vec{z}$: reazione del cilindro.

$\vec{F_c}$: reazione del pavimento

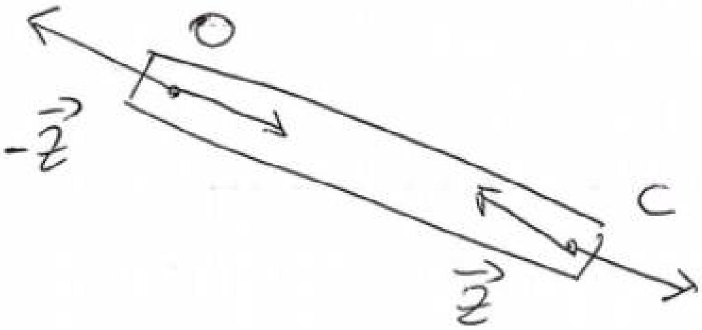
È fermo e non ruota!

⇒ STATICA

$$\overline{\vec{F_c} - \vec{z} = \vec{0}} \Rightarrow \boxed{\vec{F_c} = \vec{z}}$$

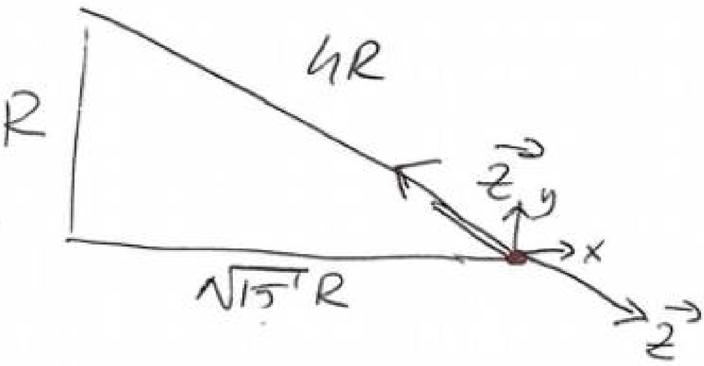
Non ruota... $\vec{F_c}$ non crea momento.

$-\vec{z}$ potrebbe!



$-\vec{z}$ deve essere orientata come la sbarretta!

$$\vec{z} = \begin{bmatrix} z_x \\ z_y \end{bmatrix}$$



$$\sqrt{(4R)^2 - R^2} = \sqrt{15R^2} = \sqrt{15}\,R$$

$$|z_x| : \sqrt{15}R = |z_y| : R$$

$$\frac{|z_x|}{\sqrt{15}R} = \frac{|z_y|}{R} \implies |z_x| = \sqrt{15}\,|z_y|$$

Osservazione Qualunque sia il verso di $\vec{z}$

ho che:

$z_x > 0, \quad z_y < 0$

opp.

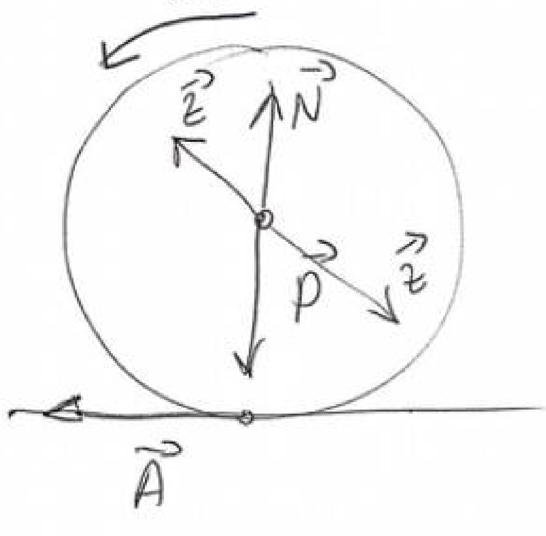
$z_x < 0, \quad z_y > 0$

$$\vec{z} = \begin{bmatrix} \sqrt{15}\, z_y \\ -z_y \end{bmatrix} \qquad z_y \in \mathbb{R}$$

Torniamo al cilindro

$$\vec{N} = \begin{bmatrix} 0 \\ N \end{bmatrix} \quad \vec{P} = \begin{bmatrix} 0 \\ -Mg \end{bmatrix} \quad \vec{A} = \begin{bmatrix} -\mu_D |N| \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{z} = \begin{bmatrix} \sqrt{15}\, z_y \\ -z_y \end{bmatrix}$$



Il cilindro non trasla $\Rightarrow$ STATICA

$$x: \quad 0 + 0 - \mu_D |N| + \sqrt{15}\, Z_y = 0$$

$$y: \quad N - Mg + 0 - Z_y = 0$$

$$\begin{cases} -\mu_D |N| + \sqrt{15}\, Z_y = 0 \\ N - Mg - Z_y = 0 \end{cases}$$

Incognite: Z_y e N.

NOTARE CHE $\vec{A}$ FRENA LA ROTAZIONE. DUNQUE È VERAMENTE ORIENTATA VERSO SINISTRA E QUINDI

$$\vec{A} = \begin{bmatrix} -\mu_D |N| \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mu_D N \\ 0 \end{bmatrix}$$

con $N > 0$.

$$\begin{cases} -\mu_D N + \sqrt{15}\, Z_y = 0 \\ N - Mg - Z_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N = \sqrt{15}\, \dfrac{Mg}{\sqrt{15} - \mu_D} \\ Z_y = \dfrac{Mg\,\mu_D}{\sqrt{15} - \mu_D} \end{cases}$$

NB: $N > 0 \Rightarrow \sqrt{15} - \mu_D > 0 \Leftrightarrow \mu_D < \sqrt{15}$

$$\vec{Z} = \begin{bmatrix} \sqrt{15}\, Z_y \\ -Z_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\sqrt{15}\, Mg\, \mu_D}{\sqrt{15} - \mu_D} \\ -\dfrac{Mg\, \mu_D}{\sqrt{15} - \mu_D} \end{bmatrix}$$

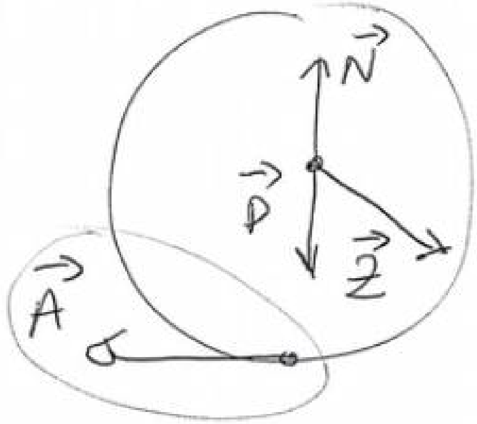


Diagramma finale

Acc. angolare che subisce il cilindro è

$$I\alpha = -\mu_D N R \Rightarrow \alpha = \frac{-\mu_D N R}{I}$$

$$\Rightarrow \alpha = -\frac{2\mu_D g \sqrt{15}}{R(\sqrt{15} - \mu_D)} < 0$$

Quando si ferma il cilindro?

$$\omega(t) = \omega_0 + \alpha t = 0$$

$$\Rightarrow t = -\frac{\omega_0}{\alpha} = \frac{\omega_0 R(\sqrt{15} - \mu_D)}{2\mu_D g \sqrt{15}}$$

Quanti giri ha fatto il cilindro prima di fermarsi?

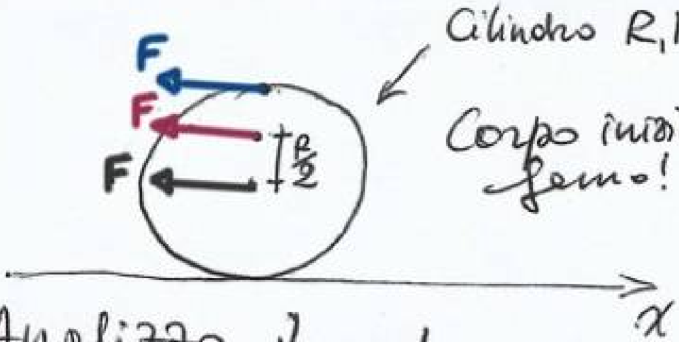
$$\theta(t) = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \qquad t = -\frac{\omega_0}{\alpha}$$

$$= \omega_0\left(-\frac{\omega_0}{\alpha}\right) + \frac{1}{2}\alpha\left(-\frac{\omega_0}{\alpha}\right)^2$$

$$= -\frac{\omega_0^2}{\alpha} + \frac{1}{2}\frac{\omega_0^2}{\alpha} = -\frac{\omega_0^2}{2\alpha}$$

Numero di giri: $\dfrac{\theta(t)}{2\pi} = \ldots$

Esercizio bonus



Corpo inizialmente fermo!

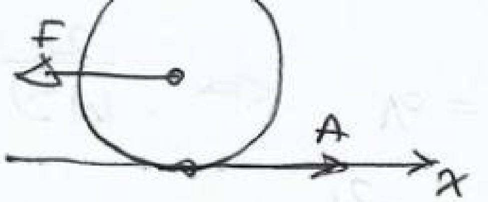
Quanto lavoro compie la forza F in un tempo T?

Quanto lavoro compie la forza F in un tempo T?

Quanto lavoro compie la forza F in un tempo T?

Analizzo il moto di puro rotolamento in 3 casi diversi

$\boxed{F}$



$$\begin{cases} Ma = A - F \\ I\alpha = RA \\ a + R\alpha = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{3}\frac{F}{M} \\ \alpha = \frac{2}{3}\frac{F}{MR} \\ A = \frac{F}{3} \end{cases}$$

Spazio percorso: $\frac{1}{2}aT^2 = \frac{1}{2}\left(-\frac{2}{3}\frac{F}{M}\right)T^2 = -\frac{1}{3}\frac{FT^2}{M}$

Lavoro: $-F\left(-\frac{1}{3}\frac{FT^2}{M}\right) = \frac{1}{3}\frac{F^2T^2}{M} = W$

Energia cinetica: $\frac{1}{2}Mv^2(T) + \frac{1}{2}I\omega^2(T) = K(T)$

$\hookrightarrow v(T) = aT = -\frac{2}{3}\frac{F}{M}T$

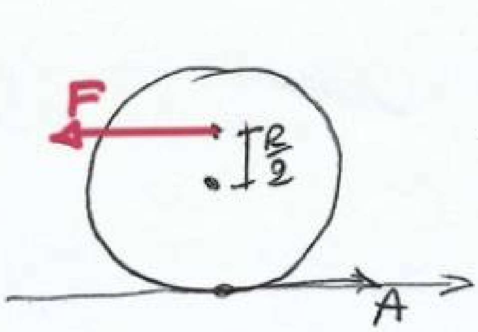
$\hookrightarrow \omega(t) = \alpha T = \frac{2}{3}\frac{F}{MR}T$

$\hookrightarrow K(T) = \frac{1}{2}M\left(-\frac{2}{3}\frac{F}{M}T\right)^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{2}MR^2\left(\frac{2}{3}\frac{F}{MR}T\right)^2$

$= \frac{1}{\cancel{2}}\cancel{M}\frac{\cancel{4}^{2}}{9}\frac{F^2}{M^{\cancel{2}}}T^2 + \frac{1}{\cancel{4}}\cancel{MR^2}\frac{\cancel{4}F^2T^2}{9M^{\cancel{2}}\cancel{R^2}} =$

$= \frac{2}{9}\frac{F^2T^2}{M} + \frac{1}{9}\frac{F^2T^2}{M} = \frac{1}{3}\frac{F^2T^2}{M} = W$

F



$$\begin{cases} Ma = A - F \\ I\alpha = AR + F\frac{R}{2} \\ a + R\alpha = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{F}{M} \\ \alpha = \frac{F}{MR} \\ A = 0 \end{cases}$$

Spazio percorso: $\frac{1}{2}aT^2 = \frac{1}{2}\left(-\frac{F}{M}\right)T^2 = -\frac{1}{2}\frac{FT^2}{M}$

Lavoro: $-F\left(-\frac{1}{2}\frac{FT^2}{M}\right) = \frac{1}{2}\frac{F^2T^2}{M} = W.$

Energia cinetica: $\frac{1}{2}Mv^2(T) + \frac{1}{2}I\omega^2(T) = K(T)$

$\hookrightarrow v(T) = aT = -\frac{F}{M}T$

$\hookrightarrow \omega(T) = \alpha T = \frac{F}{MR}T$

$\hookrightarrow K(T) = \frac{1}{2}M\left(-\frac{F}{M}T\right)^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{2}MR^2\left(\frac{F}{MR}T\right)^2$

$= \frac{1}{2}\cancel{M}\frac{F^2T^2}{M^{\cancel{2}}} + \frac{1}{4}\cancel{MR^2}\frac{F^2T^2}{M\cancel{R^2}} =$

$= \frac{1}{2}\frac{F^2T^2}{M} + \frac{1}{4}\frac{F^2T^2}{M} = \boxed{\frac{3}{4}\frac{F^2T^2}{M} \neq W}$

Che cosa abbiamo sbagliato?

- ~~Il lavoro~~ Quando si calcola il lavoro, lo spostamento è quello del punto in cui applichiamo la forza!

$\frac{1}{2}aT^2 =$ spostamento CDM (andava bene nel caso precedente poichè F è stata applicata nel CDM)

$$V_1 = v - \omega \frac{R}{2}$$

velocità "tangenziale" del punto in cui viene applicata la forza.

velocità del CDM

velocità del punto in cui viene applicata F

$$\Rightarrow a_1 = a - \alpha \frac{R}{2} = -\frac{F}{M} - \frac{F}{MR} \cdot \frac{R}{2} = -\frac{F}{M} - \frac{1}{2}\frac{F}{M} = -\frac{3}{2}\frac{F}{M}$$

Spazio percorso: $\frac{1}{2} a T^2 = \frac{1}{2}\left(-\frac{3}{2}\frac{F}{M}\right) T^2 = -\frac{3}{4}\frac{FT^2}{M}$

Lavoro : $-F\left(-\frac{3}{4}\frac{FT^2}{M}\right) = \frac{3}{4}\frac{F^2T^2}{M} = K(T)!$

Il caso con la forza **F** è lasciato per esercizio.