Corso di recupero di Fisica 2016/2017

Dario Madeo

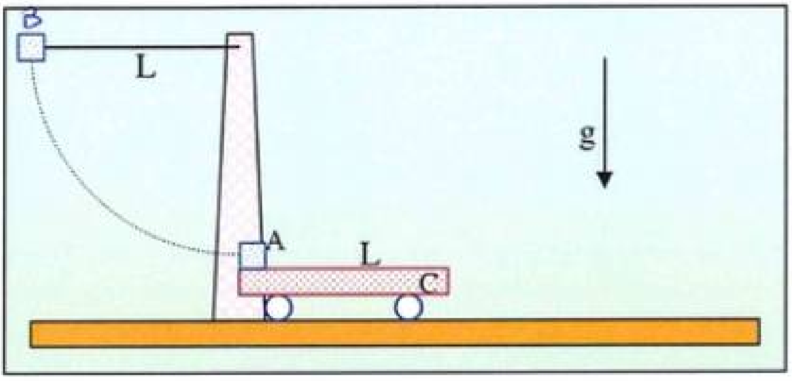
Lezione del 07/07/2017

Slides disponibili all'indirizzo
http://www.dii.unisi.it/~madeo/crf/crf1617.html

Esercizio estratto dall'esame di Fisica 1 del 4 Settembre 2014

Esercizio 1

Un corpo puntiforme A di massa M può strisciare sopra un carrello C di lunghezza L e massa 10M il quale è libero di muoversi senza attrito lungo un binario orizzontale. Inizialmente il sistema è immobile, ma un pendolo semplice di massa M e lunghezza L viene lasciato libero dalla posizione orizzontale (vd. figura), così che va ad urtare centralmente il corpo A in un processo istantaneo ed elastico. Successivamente, si osserva che A raggiunge l'estremità opposta di C, senza poi cadere.



a) Qual è l'energia dissipata per attrito?
b) Quanto lavoro è svolto dall'attrito sul corpo A? e sul corpo C?
c) Per quanto tempo dura lo strisciamento di A su C?
d) Qual è il coefficiente d'attrito dinamico?

Durante la discesa del pendolo, ho conservazione energia meccanica.

All'inizio ho solo en. potenziale U_0

Alla fine ho solo en. cinetica K_1

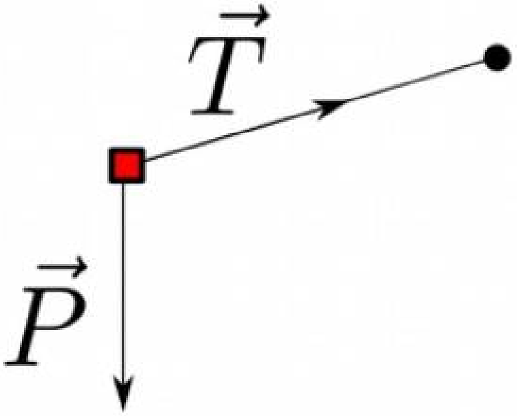
$$U_0 = MgL$$

$$K_1 = \frac{1}{2} M v^2$$

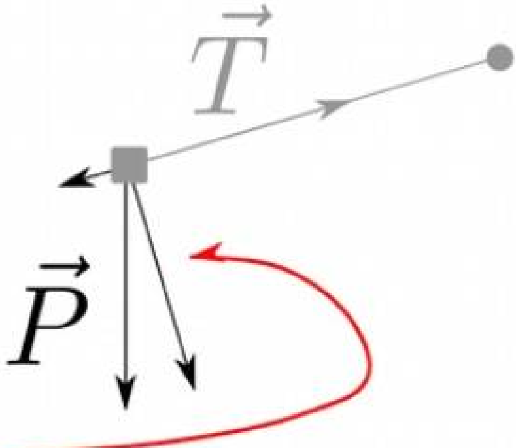
$$U_0 = K_1 \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{2gL}}$$

Durante la discesa

Diagramma delle forze agenti sul corpo



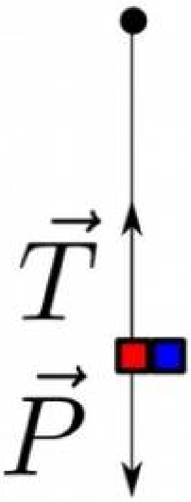
Scomposizione della forza peso



Dalla scomposizione, si vede che la forza peso ha una componente che produce momento torcente rispetto al fulcro. Dunque, è presente un momento torcente esterno e **il momento angolare non si conserva**. Inoltre, la componente della forza peso discussa in precedenza, è diretta in direzione tangenziale, e dunque è (istantaneamente) parallela alla direzione del moto della massa. Questo vuol dire che sulla massa sta agendo una forza esterna in direzione del moto, e quindi **la quantità di moto non si conserva**. Infine, tale componente è l'unica forza parallela al moto, e quindi l'unica che compie lavoro. Quindi, **l'energia meccanica totale del sistema si conserva**, visto che la forza che lavora è conservativa (gravità).

Durante l'urto

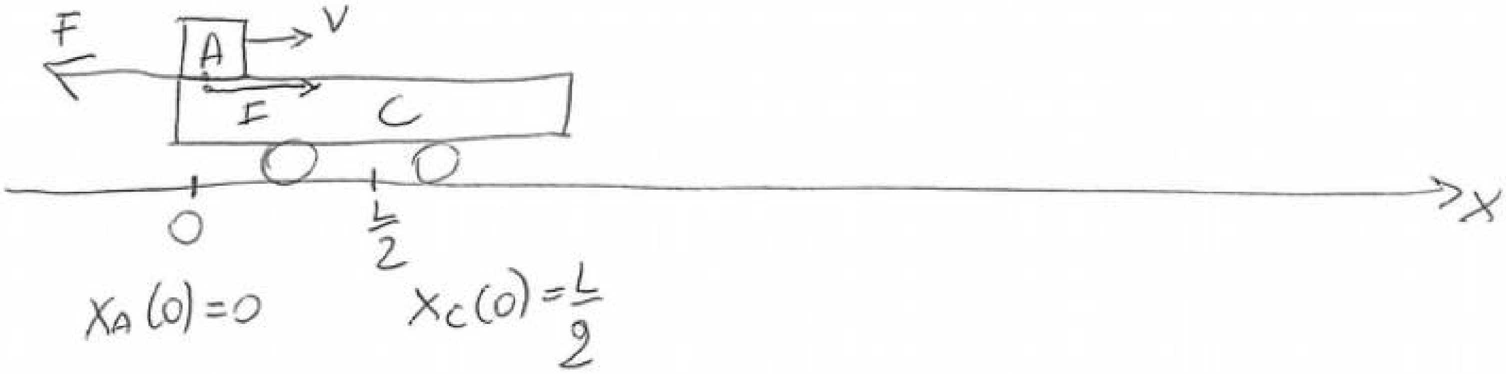
Diagramma delle forze agenti sul corpo



L'urto è istantaneo. Durante il breve tempo in cui avviene l'urto, nè la tensione e nè la forza peso presentano componenti che sono parallele al moto e che producono momento torcente rispetto al fulcro. Pertanto, **si conservano sia la quantità di moto che i momento angolare del sistema.**

Dopo l'urto...

Diagramma delle forze sui due corpi



Seconda legge di Newton per i due corpi:

$$\begin{cases} M\ddot{x}_A = -F \\ 10M\ddot{x}_C = F \end{cases}$$

F è costante (forza di attrito dinamico)

Soluzioni (leggi orarie):

$$x_A(t) = x_A(0) + v_A(0)t - \frac{1}{2}\frac{F}{M}t^2$$

$$= 0 + vt - \frac{1}{2}\frac{F}{M}t^2$$

$$x_C(t) = x_C(0) + v_C(0)t + \frac{1}{2}\frac{F}{10M}t^2$$

$$= \frac{L}{2} + 0 + \frac{1}{2}\frac{F}{10M}t^2$$

Il carrello non ha motivo di fermarsi. infatti la forza F svanisce quando la velocità relativa di A è nulla, dopodicché si muove di MRU.

Vel. relativa : $v_A(t) - v_C(t) = 0$

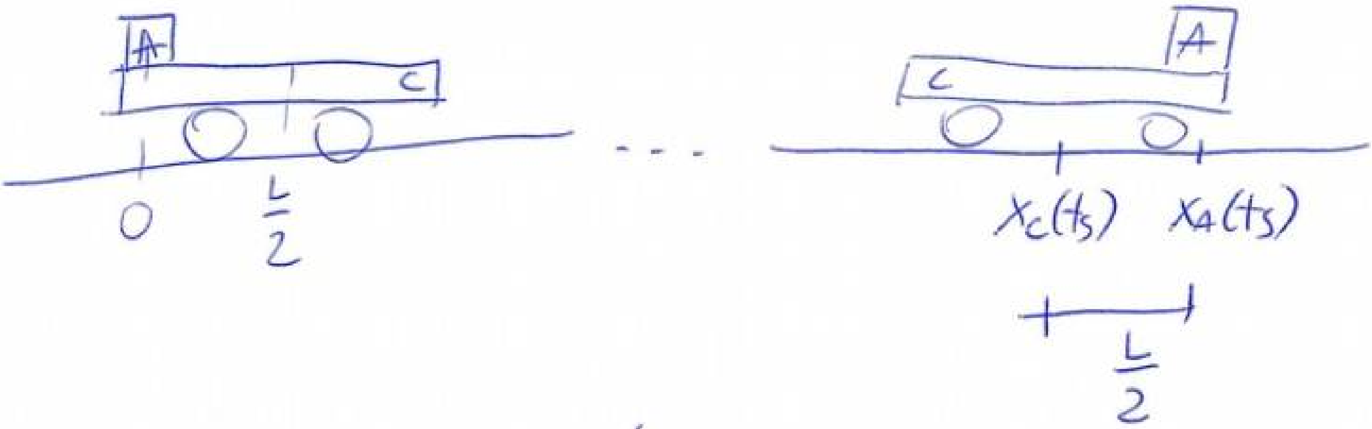
$$v_A(t) = v_C(t)$$

$$\left.\begin{aligned} v_A(t) &= v - \frac{F}{M} t \\ v_C(t) &= \frac{F}{10M} t \end{aligned}\right\} \Rightarrow v - \frac{F}{M} t_s = \frac{F}{10M} t_s$$

t_s : istante in cui la velocità relativa è nulla.

$$v = \frac{11}{10} \frac{F}{M} t_s \Rightarrow \boxed{t_s = \frac{10}{11} \frac{Mv}{F}}$$

La vel. relativa è nulla quando A raggiunge l'estremo opposto di C.



$$x_A(t_S) - x_C(t_S) = \frac{L}{2}$$

$$v t_S - \frac{1}{2}\frac{F}{M} t_S^2 - \left(\frac{L}{2} + \frac{1}{2}\frac{F}{10M} t_S^2\right) = \frac{L}{2}$$

$$v\,\frac{10Mv}{11F} - \frac{1}{2}\frac{F}{M}\frac{100M^2v^2}{121F^2} - \frac{L}{2} - \frac{1}{2}\frac{F}{10M}\frac{100M^2v^2}{121F^2} = \frac{L}{2}$$

...

$$F = \frac{5v^2M}{11L} =$$

$$= \frac{5 \cdot 2gL \cdot M}{11L} = \frac{10}{11}Mg$$

$$F = \mu_D Mg \qquad \Rightarrow \boxed{\mu_D = \frac{10}{11}}$$

En. cinetica iniziale

$$K_1 = \frac{1}{2} M v^2 = \underline{\underline{MgL}}$$

En cinetica finale

$$K_2 = \frac{1}{2} M v_A^2(t_s) + \frac{1}{2} 10 M \; v_C^2(t_s)$$

$$\left[@ t_s \; : \; v_A(t_s) = v_C(t_s) \right]$$

$$= \frac{11}{2} M \, v_A^2(t_s) = \frac{11}{2} M \frac{v^2}{121} = \frac{M v^2}{22} = \frac{MgL}{11}$$

$$v_A(t_s) = \dots = \frac{v}{11}$$

$$L_{TOT} = K_2 - K_1 = \frac{MgL}{11} - MgL =$$

$$= -\frac{10}{11} MgL.$$

En cinetica iniziale di A

$$K_1^A = \frac{1}{2}Mv^2 = MgL$$

En cinetica finale di A

$$K_2^A = \frac{1}{2}Mv_A^2(fs) = \frac{M}{2}\frac{v^2}{121} = \frac{M\,2gL}{\cancel{2}\,121} = \frac{MgL}{121}$$

$$L_A = K_2^A - K_1^A = -\frac{120}{121}MgL$$

8

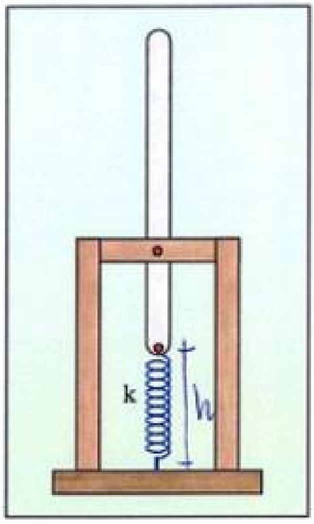
En. cinetica iniziale di B : $K_1^B = \dots$

" " finale di B : $K_2^B = \dots$

$$L_B = \dots = +\frac{10}{121}MgL.$$

per caso!

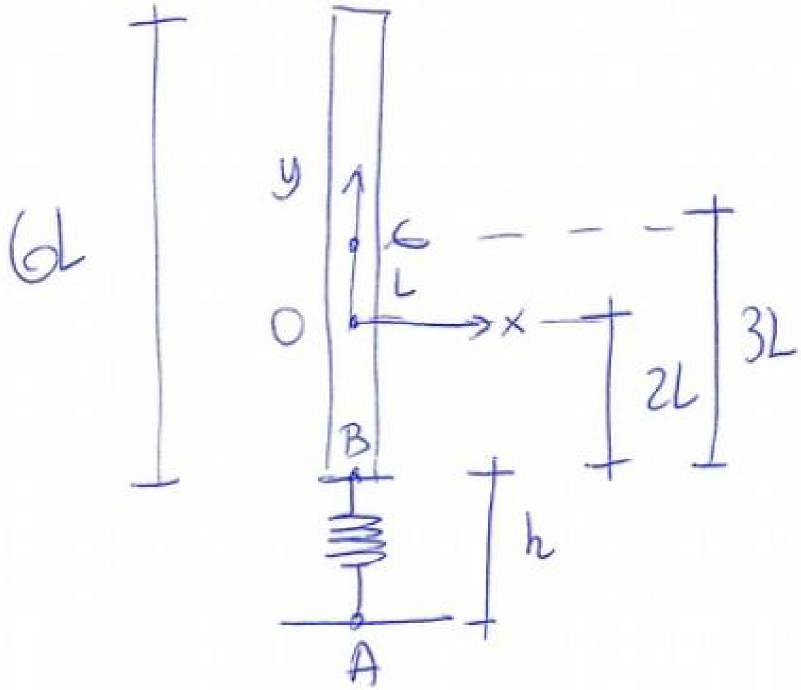
Esercizio estratto dall'esame di Fisica 1 del 17 Febbraio 2014



Esercizio 2

Una sbarretta sottile di massa M e lunghezza 6L è imperniata ad 1/3 della sua lunghezza ad un asse liscio orizzontale. Essa viene mantenuta verticale con il baricentro sopra al fulcro mediante una molla di lunghezza trascurabile e costante elastica k, come rappresentato in figura. Quanto deve essere allungata la molla affinché la posizione descritta sia stabile? Se si toglie la molla e si applica all'estremo inferiore una massa puntiforme M, la posizione resta di equilibrio stabile? Se sì, qual è la frequenza di piccole oscillazioni intorno ad essa? Se no, qual è la velocità angolare della sbarretta quando essa, partendo da ferma, transita in posizione orizzontale?

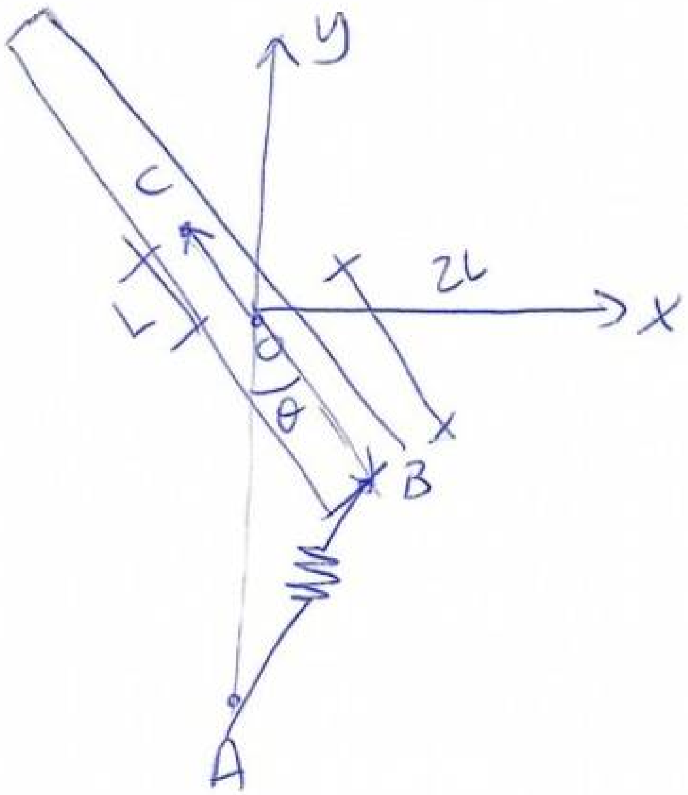
[Suggerimento: iniziare indicando con x la lunghezza della molla quando la sbarretta è verticale, e calcolando la lunghezza y(θ) conseguente a una rotazione di un angolo θ].



$$A = \begin{bmatrix} 0 \\ -2L-h \end{bmatrix}$$

Nota: h non è la lunghezza di riposo della molla. La lunghezza di riposo della molla, in accordo con il testo, è nulla.
Invece, h è l'allungamento iniziale della molla nella configurazione iniziale del sistema. Ergo, nel disegno del compito, la molla è già estesa di una lunghezza pari ad h.

Configurazione del sistema con angolo θ diverso da 0:



$$B = 2L \begin{bmatrix} \sin\theta \\ -\cos\theta \end{bmatrix}$$

$$C = L \begin{bmatrix} -\sin\theta \\ \cos\theta \end{bmatrix}$$

B: punto in cui la sbarretta è legata alla molla
C: centro di massa della sbarretta

Potenziale gravitazionale

$$U_g = Mg L\cos\theta$$

Potenziale elastico

$$U_{TOT} = U_g + U_K$$

$$U_K = \frac{1}{2} k \overline{AB}^2$$

AB: allungamento della molla

$$\overline{AB} = \sqrt{(0 - 2L\sin\theta)^2 + (-2L - h + 2L\cos\theta)^2}$$

$$= \ldots = \sqrt{4L^2 + (2L+h)^2 - 4L(2L+h)\cos\theta}$$

$$U_K = \frac{1}{2} k \left(4L^2 + (2L+h)^2 - 4L(2L+h)\cos\theta\right)$$

Butto via termini che non dipendono da θ.

$$U_K = -2kL(2L+h)\cos\theta$$

$$U_{TOT}(\theta) = \left(MgL - 2kL(2L+h)\right)\cos\theta$$

Cerco l'equilibrio:

$$U'_{TOT}(\theta) = 0$$

$$U'_{TOT}(\theta) = -\left(MgL - 2kL(2L+h)\right)\sin\theta = 0$$

$$\Rightarrow \theta = 0$$

È stabile se $U''_{TOT}(\theta = 0) > 0$

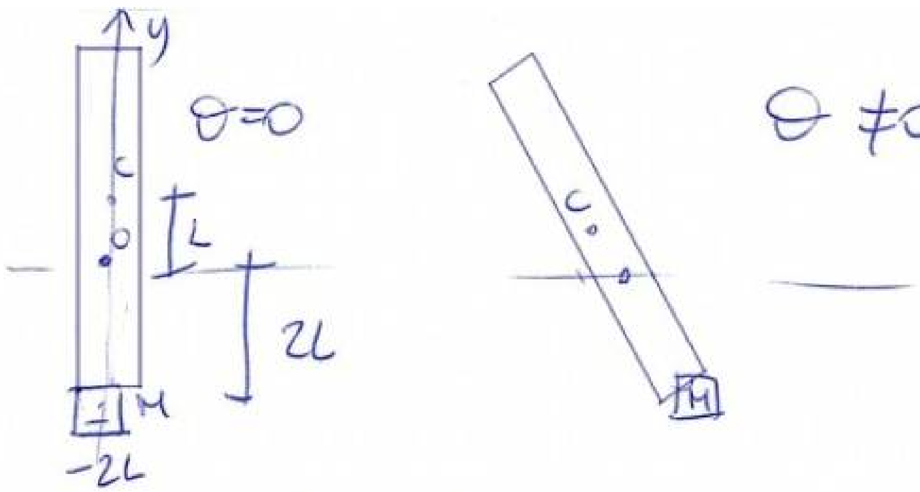
$$U''_{TOT}(\theta) = -\left(MgL - 2KL(2L+h)\right)\cos\theta$$

$$U''_{TOT}(0) = -MgL + 2KL(2L+h) > 0$$

$$\dots \quad \boxed{h > \frac{Mg}{2K} - 2L}$$

La configurazione iniziale θ=0 è stabile se l'allungamento iniziale della molla h è superiore ad una certa quantità.

Se togliamo la molla e aggiungiamo una massa nel punto B, allora il centro di massa cambia di posizione (da C diventa C').



C: CDM della sbarretta

C': CDM del sistema

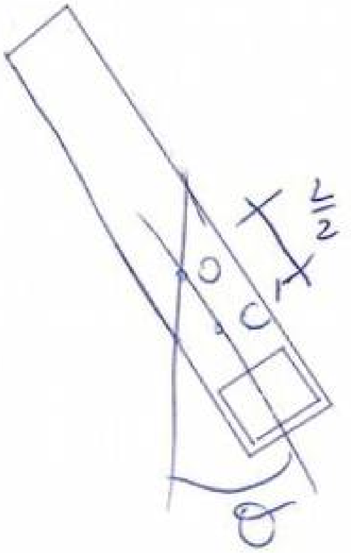
Per θ=0

$$y_{C'} = \frac{M \cdot y_C + M \cdot (-2L)}{M+M} =$$

$$= \frac{\cancel{M} \cdot L - 2\cancel{M}L}{2\cancel{M}} = \frac{-L}{2}$$

Il centro di massa è sceso lungo l'asse y.

$\theta \neq 0$



$$C' = \frac{L}{2} \begin{bmatrix} \sin\theta \\ -\cos\theta \end{bmatrix}$$

(vedi B)

$$U_g = 2Mg\left(\frac{L}{2}(-\cos\theta)\right) = -MgL\cos\theta$$

$$U'_g = MgL\sin\theta = 0 \implies \theta = 0$$

è un equilibrio

$$U''_g = MgL\cos\theta$$

$$U''_g(0) = MgL > 0 \implies \boxed{\theta = 0 \text{ è un ep. stabile}}$$

$$U_g(\theta) = -MgL\cos\theta$$

$$\tau = -U_g'(\theta) = -MgL\sin\theta$$

Per piccole oscillazioni ... $\sin\theta \simeq \theta$

$$\tau \simeq -MgL\,\theta$$

II cardinale : $I\ddot{\theta} = \tau$

$$I\ddot{\theta} = -MgL\,\theta$$

$$\ddot{\theta} = -\frac{MgL}{I}\theta$$

$$\omega = \sqrt{\frac{MgL}{I}}$$ pulsazione x piccole oscillazioni.

$I = ?$

$$I_{SBARRETTA,C} = \frac{M(6L)^2}{12} = 3ML^2$$

$$I_{SBARRETTA,O} = I_{SBARRETTA,C} + M\overline{OC}^2$$

$$= 3ML^2 + ML^2 = 4ML^2.$$

$$I_{M,O} = M(2L)^2 = 4ML^2$$

$$\boxed{I = 8ML^2}$$

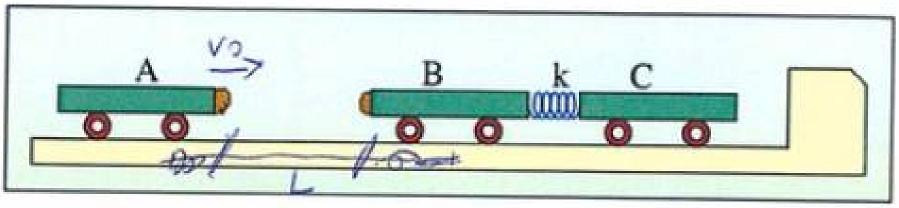
$$\omega = \sqrt{\frac{\cancel{M}gL}{8\cancel{M}L^{\cancel{2}}}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}\sqrt{\frac{g}{L}}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{4\sqrt{2}\pi}\sqrt{\frac{g}{L}}$$

Esercizio estratto dall'esame di Fisica 1 del 19 Settembre 2014

Esercizio 1

Su un binario orizzontale liscio possono scorrere tre oggetti A, B e C ciascuno di massa M. Inizialmente, a t=0, B e C, che sono connessi da una molla di costante elastica k, sono immobili, mentre A, che dista L da B, si muove a velocità v_0 verso quest'ultimo. L'urto di A su B è perfettamente anelastico.



Qual è la massima compressione della molla, nel successivo moto oscillatorio del sistema formatosi nell'urto, a quali istanti si realizza?

Ad un certo istante, C va ad urtare contro un blocco fisso sul binario, e questo secondo urto è istantaneo ed elastico. Qual è, al massimo, l'impulso ricevuto dal sistema nel secondo urto? In questo caso, qual è velocità del centro di massa dopo il secondo urto?

Urto tra A e B

Anaelastico ⇒ si cons. solo le qtà di moto

Prima $\qquad$ Dopo

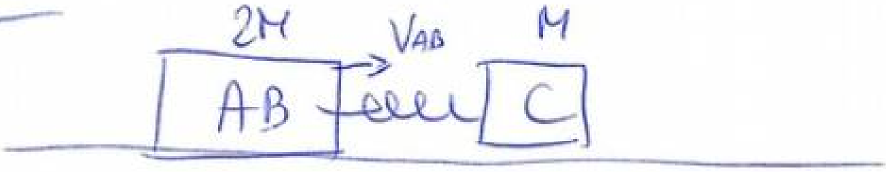
$$M v_0 = 2M\, v_{AB}$$

$$\boxed{v_{AB} = \frac{v_0}{2}}$$

t_1 : istante in cui avviene l'urto

$$t_1 = \frac{L}{v_0}$$

Dopo l'urto



Massa ridotta $\quad \mu = \dfrac{2M \cdot M}{2M+M} = \dfrac{2}{3}M$

Pulsazione $\quad \omega = \sqrt{\dfrac{K}{\mu}} = \sqrt{\dfrac{3K}{2M}}.$

Vel. COM

$$V_{COM} = \frac{2M\,V_{AB} + M \cdot 0}{2M+M}$$

$$= \frac{2}{3} V_{AB} = \frac{V_0}{3}.$$

Nella situazione di massima compressione ho che

$$U = \frac{1}{2} K x_{MAX}^2$$

En meccanica totale ~~prima dell~~ poco dopo l'urto è solo cinetica.

$$K_0 = \frac{1}{2} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Massa di} \\ AB}}{2M} V_{AB}^2 = \frac{M V_0^2}{4}$$

Nella situazione di max compressione, ~~la velocit~~ la parte "armonica" della velocità è nulla.

Ma non è nulla la velocità del CDM!

$$K = \frac{1}{2}\underbrace{(3M)}_{\text{Massa ABC}} v_{CDM}^2 = \frac{MV_0^2}{6}$$

$$U + k = K_0$$

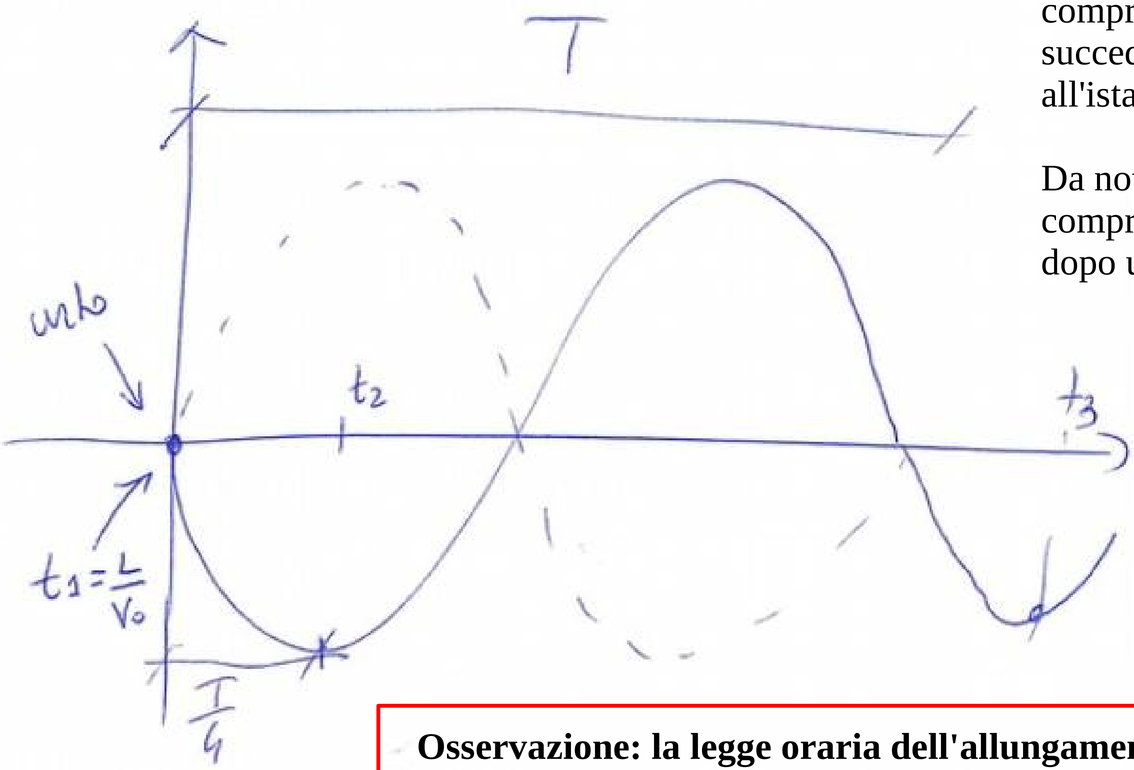
en. mecc. totale poco dopo l'urto

$$\frac{1}{2}Kx_{MAX}^2 + \frac{MV_0^2}{6} = \frac{MV_0^2}{4}$$

$$\ldots \quad x_{MAX} = \sqrt{\frac{MV_0^2}{6K}}$$

en. meccanica totale quando la molla è in massima compressione.

Allungamento della molla nel tempo (legge oraria)



In t2 si ha la massima compressione. Lo stesso succede dopo un periodo all'istante t3.

Da notare che la massima compressione avviene dopo un quarto di periodo.

Osservazione: la legge oraria dell'allungamento della molla è pari a [-(costante positiva)sin(wt)]. Vedi slide successive.

Sequenza degli istanti in cui la molla raggiunge la massima compressione:

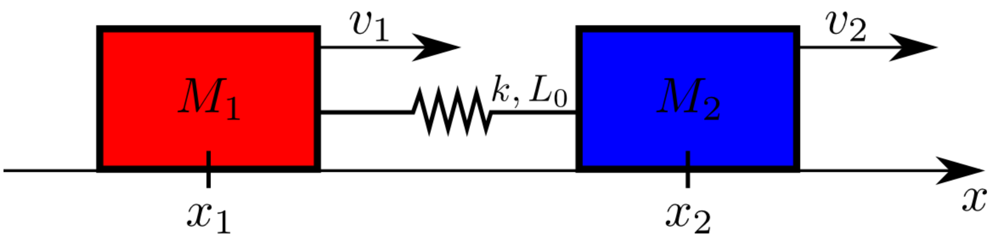
$$t_2 = t_1 + \frac{T}{4} \qquad T = \frac{2\pi}{\omega} = \dots$$

$$t_3 = t_1 + \frac{T}{4} + T$$

$$t_4 = t_1 + \frac{T}{4} + 2T$$

$$\boxed{t_n = t_1 + \frac{T}{4} + (n-2)T}.$$

Sistema molla + due masse



- x_1, x_2: posizione delle due masse
- v_1, v_2: velocità delle due masse
- M_1, M_2: valore delle due masse
- k: costante elastica della molla
- L_0: lunghezza a riposo della molla

Si assume che le due masse siano puntiformi. È conveniente introdurre anche le seguenti grandezze:

- $x_C = \dfrac{M_1 x_1 + M_2 x_2}{M_1 + M_2}$: posizione del centro di massa del sistema
- $x_M = x_2 - x_1 - L_0$: allungamento della molla

Seconda legge di Newton per le due masse

$$\begin{cases} M_1 \ddot{x}_1 = -k(x_1 - x_2 + L_0) \\ M_2 \ddot{x}_2 = -k(x_2 - x_1 - L_0) \end{cases} \tag{1}$$

Notare che nella prima equazione, l'allungamento "visto" dalla prima massa è pari a quello visto dalla seconda massa, ma cambiato di segno. Partendo dalle precedenti equazioni, possiamo ricavare la seconda legge di Newton per il centro di massa:

$$\begin{aligned}
\ddot{x}_C &= \frac{M_1 \ddot{x}_1 + M_2 \ddot{x}_2}{M_1 + M_2} = \\
&= \frac{M_1}{M_1 + M_2}\left[-\frac{k}{M_1}(x_1 - x_2 - L_0)\right] + \frac{M_2}{M_1 + M_2}\left[-\frac{k}{M_2}(x_2 - x_1 + L_0)\right] = \\
&= \frac{M_1}{M_1 + M_2}\left[-\frac{k}{M_1}(-x_M - L_0)\right] + \frac{M_2}{M_1 + M_2}\left[-\frac{k}{M_2}(x_M + L_0)\right] = \\
&= -\frac{k}{M_1 + M_2}(-x_M - L_0) - \frac{k}{M_1 + M_2}(x_M + L_0) = \\
&= -\frac{k}{M_1 + M_2}(-x_M - L_0 + x_M + L_0) = 0.
\end{aligned}$$

Per quanto riguarda l'allungamento della molla, si ha che:

$$\begin{aligned}
\ddot{x}_M &= \ddot{x}_2 - \ddot{x}_1 - \ddot{L}_0 = \\
&= \ddot{x}_2 - \ddot{x}_1 = \\
&= -\frac{k}{M_2}(x_2 - x_1 - L_0) + \frac{k}{M_1}(x_1 - x_2 + L_0) = \\
&= -\frac{k}{M_2}x_M + \frac{k}{M_1}(-x_M) = \\
&= -\left(\frac{k}{M_1} + \frac{k}{M_2}\right)x_M = \\
&= -k\left(\frac{M_1 + M_2}{M_1 M_2}\right)x_M = \\
&= -\frac{k}{\mu}x_M,
\end{aligned}$$

dove è stata introdotta la massa ridotta

$$\mu = \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2}.$$

Il nuovo set di equazioni differenziali che dobbiamo risolvere è:

$$\begin{cases} \ddot{x}_C = 0 \\ \ddot{x}_M = -\frac{k}{\mu}x_M \end{cases}, \tag{2}$$

che è decisamente più semplice del sistema di partenza (1).

Condizioni iniziali

L'insieme delle condizioni iniziali disponibili è:

$$x_1(0), x_2(0), v_1(0), v_2(0).$$

Per risolvere il sistema di equazioni differenziali (2), bisogna trasformare queste condizioni iniziali. In particolare dobbiamo trovare posizione e velocità iniziale del centro di massa e dell'allungamanento della molla. In particolare si ha che:

$$\begin{cases} x_C(0) = \frac{M_1 x_1(0) + M_2 x_2(0)}{M_1 + M_2} \\ v_C(0) = \frac{M_1 v_1(0) + M_2 v_2(0)}{M_1 + M_2} \\ x_M(0) = x_2(0) - x_1(0) - L_0 \\ v_M(0) = v_2(0) - v_1(0) \end{cases} \tag{3}$$

Leggi orarie per il centro di massa e per l'allungamento della molla

Le equazioni differenziali (2) ci dicono che:

- il centro di massa si muove di moto rettilineo uniforme;
- l'allungamento della molla è soggetto ad un moto armonico di pulsazione $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{\mu}}$.

Pertanto, le soluzioni delle equazioni differenziali (2) insieme alle condizioni iniziali (3) sono immediate:

$$\begin{cases} x_C(t) = x_C(0) + v_C(0)t \\ x_M(t) = x_M(0)\cos(\omega t) + \dfrac{v_M(0)}{\omega}\sin(\omega t) \end{cases} . \tag{4}$$

Dalla precedente, possiamo ricavare anche le velocità:

$$\begin{cases} v_C(t) = v_C(0) \\ v_M(t) = -\omega x_M(0)\sin(\omega t) + v_M(0)\cos(\omega t) \end{cases} . \tag{5}$$

Leggi orarie delle due masse

Come ricaviamo a questo punto le leggi orarie delle due masse di partenza? Inizialmente abbiamo scritto x_C ed x_M in funzione di x_1 ed x_2. Stavolta, ricaviamo x_1 ed x_2 in funzione di x_C ed x_M!!!

$$\begin{cases} x_C = \dfrac{M_1 x_1 + M_2 x_2}{M_1 + M_2} \\ x_M = x_2 - x_1 - L_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_C = \dfrac{M_1 x_1 + M_2 x_2}{M_1 + M_2} \\ x_1 = x_2 - x_M - L_0 \end{cases} \Rightarrow$$
$$\begin{cases} x_C = \dfrac{M_1(x_2 - x_M - L_0) + M_2 x_2}{M_1 + M_2} \\ x_1 = x_2 - x_M - L_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_C = x_2 - (x_M + L_0)\dfrac{M_1}{M_1 + M_2} \\ x_1 = x_2 - x_M - L_0 \end{cases} \Rightarrow$$
$$\begin{cases} x_2 = x_C + (x_M + L_0)\dfrac{M_1}{M_1 + M_2} \\ x_1 = x_2 - x_M - L_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = x_C + x_M\dfrac{M_1}{M_1 + M_2} + L_0\dfrac{M_1}{M_1 + M_2} \\ x_1 = x_C - x_M\dfrac{M_2}{M_1 + M_2} - L_0\dfrac{M_2}{M_1 + M_2} \end{cases} \Rightarrow$$
$$\begin{cases} x_2 = x_C + x_M\dfrac{\mu}{M_2} + L_0\dfrac{\mu}{M_2} \\ x_1 = x_C - x_M\dfrac{\mu}{M_1} - L_0\dfrac{\mu}{M_1} \end{cases} . \tag{6}$$

Unendo i risultati appena ottenuti in (6) con le leggi orarie (4), otteniamo che:

$$\begin{cases} x_1(t) = x_C(0) + v_C(0)t - \dfrac{\mu}{M_1}\left(x_M(0)\cos(\omega t) + \dfrac{v_M(0)}{\omega}\sin(\omega t)\right) - L_0\dfrac{\mu}{M_1} \\ x_2(t) = x_C(0) + v_C(0)t + \dfrac{\mu}{M_2}\left(x_M(0)\cos(\omega t) + \dfrac{v_M(0)}{\omega}\sin(\omega t)\right) + L_0\dfrac{\mu}{M_2} \end{cases} , \tag{7}$$

mentre le velocità sono:

$$\begin{cases} v_1(t) = v_C(0) - \dfrac{\mu}{M_1}\left(-\omega x_M(0)\sin(\omega t) + v_M(0)\cos(\omega t)\right) \\ v_2(t) = v_C(0) + \dfrac{\mu}{M_2}\left(-\omega x_M(0)\sin(\omega t) + v_M(0)\cos(\omega t)\right) \end{cases} . \tag{8}$$

Esempio: esame di Fisica 1 del 19 Settembre 2014

Dopo il primo urto, abbiamo che:

$$\begin{cases} M_1 = 2M \\ M_2 = M \\ x_1(0) = 0 \\ x_2(0) = 0 \\ v_1(0) = \dfrac{v_0}{2} \\ v_2(0) = 0 \\ L_0 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mu = \dfrac{2M}{3} \\ \\ x_C(0) = \dfrac{2M \cdot 0 + M \cdot 0}{2M + M} = 0 \\ \\ v_C(0) = \dfrac{2M \cdot \dfrac{v_0}{2} + M \cdot 0}{2M + M} = \dfrac{v_0}{3} \\ \\ x_M(0) = 0 - 0 - 0 = 0 \\ \\ v_M(0) = 0 - \dfrac{v_0}{2} = -\dfrac{v_0}{2} \end{cases} .$$

Da cui:

$$\begin{cases} x_1(t) = \dfrac{v_0}{3}t - \dfrac{1}{3}\left(-\dfrac{v_0}{2\omega}\sin(\omega t)\right) \\ x_2(t) = \dfrac{v_0}{3}t + \dfrac{2}{3}\left(-\dfrac{v_0}{2\omega}\sin(\omega t)\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1(t) = \dfrac{v_0}{3}t + \dfrac{v_0}{6\omega}\sin(\omega t) \\ x_2(t) = \dfrac{v_0}{3}t - \dfrac{v_0}{3\omega}\sin(\omega t) \end{cases} .$$

Invece, le velocità sono le seguenti:

$$\begin{cases} v_1(t) = \dfrac{v_0}{3} + \dfrac{v_0}{6}\cos(\omega t) \\ v_2(t) = \dfrac{v_0}{3} - \dfrac{v_0}{3}\cos(\omega t) \end{cases} .$$

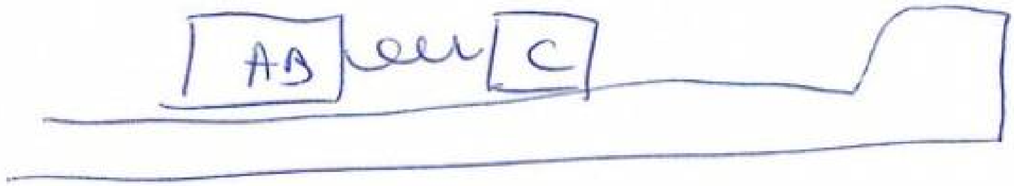
Per completezza, riportiamo anche le leggi orarie del centro di massa e dell'allungamento della molla:

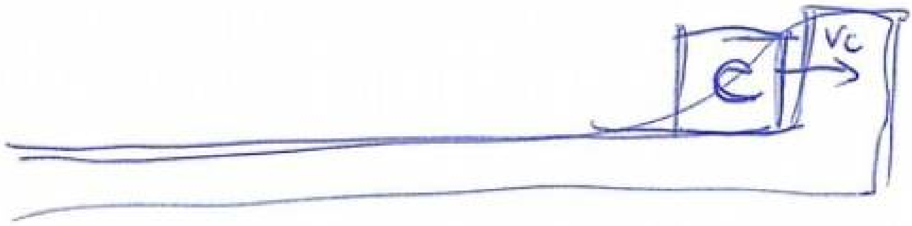
$$\begin{cases} x_C(t) = \dfrac{v_0}{3}t \\ x_M(t) = -\dfrac{v_0}{2\omega}\sin(\omega t) \end{cases} ,$$

e

$$\begin{cases} v_C(t) = \dfrac{v_0}{3} \\ v_M(t) = -\dfrac{v_0}{2}\cos(\omega t) \end{cases} .$$

Secondo urto





prima

dopo

La massa C torna indietro con la stessa velocità che aveva prima del secondo urto, ma cambiata di segno! La massa AB non cambia velocità subito dopo l'urto.

Impulso fornito dall'urto

$$\Delta p = p_{DOPO} - p_{PRIMA}$$

$$= (\cancel{2M v_{AB}} - M v_c) - (\cancel{2M v_{AB}} + M v_c)$$

$$= -2M v_c .$$

Cerchiamo il Δp massimo.

$\Rightarrow$ v_c è massimo

Dalla slide 23, si vede che la velocità del secondo corpo è: $\dfrac{v_0}{3} - \dfrac{v_0}{3}\cos(\omega t)$

Ne consegue che la velocità massima del secondo corpo è: $\dfrac{2v_0}{3}$

L'impulso massimo quindi è: $-\dfrac{4Mv_0}{3}$