



Esercizio 1

- Un trasportatore deve trasportare 4 oggetti da 10, 20, 40 e 50 quintali, mentre il mezzo che usa può contenere solo 50 quintali. Sia a_{10} (a_{20} , a_{40} , a_{50}) una variabile che è 1 se l'oggetto da 10 (20, 40, 50) quintali viene trasportato e 0 altrimenti. Siano $c_{<}$, $c_{>}$, $c_{=}$ tre variabili logiche che sono 1 se il peso trasportato è meno, più o uguale al massimo.
- Ad esempio, se $a_{10}=1$, $a_{20}=1$, $a_{40}=0$, $a_{50}=0$, allora $c_{<}=1$, $c_{>}=0$, $c_{=}=0$
- Si scriva l'espressione logica che definisce i $c_{<}$, $c_{>}$, $c_{=}$ come funzione di a_{10} , a_{20} , a_{40} , a_{50} .
- Non usare la tabella di verità



Soluzione (senza usare la tabella di verità)

- Per essere minore di 50, l'oggetto da 50 non ci deve essere il 40 con il 10 o il 20
- $c_{<} = \overline{a_{50}} * (\overline{a_{10}} \overline{a_{40}} + \overline{a_{20}} \overline{a_{40}})$
- Per essere uguale a 50, ci sono solo due casi...
- $c_{=} = a_{50} * \overline{a_{10}} * \overline{a_{20}} * \overline{a_{40}} + a_{40} * a_{10} * \overline{a_{20}} * \overline{a_{50}}$
- Per essere maggiore di 50 devono non valere gli altri due casi ...
- $c_{>} = \overline{c_{<}} * \overline{c_{=}}$

Soluzione (usando la tabella di verità')

a_{10}	a_{20}	a_{40}	a_{50}	$c_{<}$	$c_{=}$	$c_{>}$
0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	1	0	1	0
0	0	1	0	1	0	0
0	0	1	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0	0
0	1	0	1	0	0	1
0	1	1	0	0	0	1
0	1	1	1	0	0	0

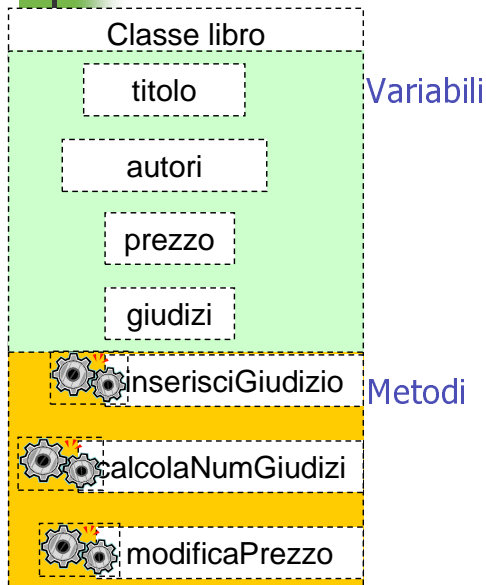
a_{10}	a_{20}	a_{40}	a_{50}	$c_{<}$	$c_{=}$	$c_{>}$
1	0	0	0	1	0	0
1	0	0	1	0	0	1
1	0	1	0	0	1	0
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	0	1	0	0
1	1	0	1	0	0	1
1	1	1	0	0	0	1
1	1	1	1	0	0	1

■ $c_{<} = \overline{a_{10}} * \overline{a_{20}} * \overline{a_{40}} * \overline{a_{50}} + \overline{a_{10}} * \overline{a_{20}} * a_{40} * \overline{a_{50}} \dots$

Esercizio 2

- Descrivere la classe "libro" in modo che soddisfi la seguente specifica.
 - Un libro è caratterizzato dai suoi autori, dal titolo, dal prezzo, dall'anno di stampa e da giudizi. Ogni giudizio consiste in un testo estratto da qualche fonte (non è necessario tenere traccia della fonte). La classe deve permettere di inserire un nuovo giudizio, di modificare il prezzo e calcolare il numero di giudizi inseriti fino ad adesso.
- La classe deve essere descritta facendo un disegno come visto a lezione. Inoltre indicare per ogni variabile indicare il suo tipo e per ogni metodo il tipo di dato preso in ingresso e quello restituito. I tipi possono essere scelti fra intero (int), reale (float), stringa (String), sequenza (array)

Soluzione



- **titolo** è di tipo stringa (String)
- **autori** è di tipo sequenza (array)
- **prezzo** è di tipo reale (float)
- **giudizi** è di tipo sequenza
- **inserisciGiudizio** prende in ingresso una stringa e non restituisce niente
- **calcolaNumGiudizi** non prende in ingresso niente e restituisce un intero
- **modificaPrezzo** prende in ingresso un reale e non restituisce niente

Esercizio 3

- Dato il seguente numero in base 10 convertirlo in binario e in esadecimale. Si usi una rappresentazione in virgola fissa dedicando 8 bit alla parte intera e 4 alla parte frazionaria
- $(115.875)_{10}$



Soluzione

- Convertiamo prima in binario la parte intera

$$115 : 2 = 57 + 1$$

$$57 : 2 = 28 + 1$$

$$28 : 2 = 14 + 0$$

$$14 : 2 = 7 + 0$$

$$7 : 2 = 3 + 1$$

$$3 : 2 = 1 + 1$$

$$1 : 2 = 0 + 1$$



La parte intera è 01110011



Soluzione

- Convertiamo in binario la parte frazionaria

$$0.875 \times 2 = 1.75$$

$$0.75 \times 2 = 1.5$$

$$0.5 \times 2 = 1$$

$$0 \times 2 = 0$$



La parte frazionaria è 1110

- Per cui la rappresentazione binaria è $(01110011.1110)_2$
- Esadecimale $(73.E)_{16}$



Esercizio 4

- Dati i seguenti numeri rappresentarli con 8 bit in modulo e segno, in complemento a 1 e in complemento a 2
- 115, -115



Soluzione

- Dall'esercizio 3 sappiamo che $(115)_{10} = (0111001)_2$
- Il complemento a 1 di 01110011 è 10001100
- Il complemento a 2 di 01110011 è 10001101

Quindi

	Modulo e segno	Complemento a 1	Complemento a 2
115	01110011	01110011	01110011
-115	11110011	10001100	10001101



Esercizio 5

- Dati i seguenti numeri sommarli utilizzando 8 bit e la rappresentazione in complemento a 2
- 120, -124

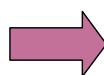


Soluzione

- Come nell'esercizio 3 si calcola la rappresentazione binaria di 120 e 124

$$\begin{array}{l} 120 : 2 = 60 + 0 \\ 60 : 2 = 30 + 0 \\ 30 : 2 = 15 + 0 \\ 15 : 2 = 7 + 1 \\ 7 : 2 = 3 + 1 \\ 3 : 2 = 1 + 1 \\ 1 : 2 = 0 + 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 124 : 2 = 62 + 0 \\ 62 : 2 = 31 + 0 \\ 31 : 2 = 15 + 1 \\ 15 : 2 = 7 + 1 \\ 7 : 2 = 3 + 1 \\ 3 : 2 = 1 + 1 \\ 1 : 2 = 0 + 1 \end{array}$$



$$(120)_{10} = (01111000)_2$$

$$(124)_{10} = (01111100)_2$$

- Quindi si calcola il complemento a due di 01111100 che è 10000100



Soluzione

- Infine si sommano le due rappresentazioni in complemento a 2

$$\begin{array}{r} 01111000+ \\ 10000100 \\ \hline 11111100 \end{array}$$

- Il risultato è 11111100 (si noti che è la rappresentazione di -4)



Esercizio 6

- Dato il seguente numero, si rappresenti in virgola mobile utilizzando un bit per il segno (S), 3 bit per l'esponente (E) e 4 per la mantissa (M). Si rappresenti l'esponente in eccesso a 3 e si normalizzi la mantissa in modo che il numero rappresentato sia del tipo $(-1)^s 1.M \times 2^{E-3}$
- $(12.5)_{10}$



Soluzione

- Prima si rappresenta il numero come se fosse in virgola fissa
 - $(12.5)_{10} = (1100.1)_2$
- Quindi si normalizza il numero traslando la virgola
 - $(1100.1)_2 = (1.1001)_2 \times (2^3)_{10}$
- rappresentando l'esponente in eccesso a 3, abbiamo

0	1	1	0	1	0	0	1
S	E			M			



Esercizio 7

- Si sommino i seguenti numeri rappresentati in virgola mobile. Si supponga che si sia utilizzato un bit per il segno (S), 3 bit per l'esponente (E) e 4 per la mantissa (M). L'esponente è rappresentato in eccesso a 3 e la mantissa è normalizzata in modo che il numero rappresentato sia del tipo $(-1)^S 1.M \times 2^{E-3}$

A=	0	1	0	0	1	1	0	0
B=	0	0	1	1	1	0	1	0
	S	E			M			



Soluzione

A=

0	1	0	0	1	1	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---

 $E_A=100, M_A=1.1100$

B=

0	0	1	1	1	0	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---

 $E_B=011, M_B=1.1010$

S E M

- Si trasla a destra la mantissa di B, verso destra

- $E_B=100, M_B=0.11010$

- Si sommano le mantisse

$$\begin{array}{r} 1.11000+ \\ 0.11010 \\ \hline 10.10010 \end{array} \quad E_c=100, M_c= 10.10010$$

- Si trasla a destra e si tronca la mantissa del risultato

0	1	0	1	0	1	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---



Esercizio 8

- Moltiplicare i seguenti due numeri interi positivi
- $(110)_2 (101)_2$

Soluzione

- Si usa lo stesso metodo della moltiplicazione in base 10

$$\begin{array}{r}
 110 \times 101 \\
 \hline
 110 \\
 000 \\
 110 \\
 \hline
 11110
 \end{array}$$

Esercizio 10

- Due squadre di calcio A, B si incontrano in una coppa e giocano due partite di cui una fuori casa e una in casa. Il regolamento stabilisce che la squadra vincente è quella che fa più punti nelle due partite, cioè ottiene più vittorie. A parità di punti fatti si considera la differenza rete e a parità di differenza reti si considerano più importanti i gol fatti fuori casa.

- Siano

$$g_0^{A,c}, g_1^{A,c}, g_2^{A,c}, g_0^{A,f}, g_1^{A,f}, g_2^{A,f}, g_0^{B,c}, g_1^{B,c}, g_2^{B,c}, g_0^{B,f}, g_1^{B,f}, g_2^{B,f}$$

delle variabili booleane che indicano il numero di gol segnati dalle squadre. Ad esempio, $g_1^{A,c}, g_2^{B,f}$ sono vere rispettivamente se la squadra A ha fatto 1 gol in casa e se quella B ha fatto 2 gol fuori casa. Per semplicità si assume che le squadre non segnino più di 2 gol.

Esercizio 10

- Si scrivano le espressioni che diniscono le seguenti variabili logiche
- $c_{A>B}$, ($c_{A<B}$) che sono vere se la squadra A ha vinto (perso) la partita in casa
- $e_{A>B}$, ($e_{A<B}$) che è vera se la squadra A ha vinto (perso) la partita in fuori casa
- $p_{A>B}$, ($p_{A<B}$) che è vera se la squadra A ha fatto più (meno) punti di quella B
- $p_{A>B}$, ($p_{A<B}$) che è vera se la squadra A ha fatto più (meno) punti di quella B
- $t_{A=0}$, $t_{A=1}$, $t_{A=2}$, $t_{A=3}$, $t_{A=4}$, ($t_{B=0}$, $t_{B=1}$, $t_{B=2}$, $t_{B=3}$, $t_{B=4}$) che è vera se la squadra A (B) ha fatto i gol indicati nell'indice nelle due partite
- $d_{A>B}$, ($d_{A<B}$) che è vera se la differenza reti delle squadra A è migliore (peggiore) rispetto alla squadra B
- $f_{A>B}$, ($f_{A<B}$,) che è vera se la squadra A ha fatto più (meno) gol fuori casa delle squadra B
- $v_{A>B}$, ($v_{A<B}$) che è vera se la squadra A vince (perde)

Soluzione

Ovviamente ci sono molti modi di risolverlo, uno è...

$$c_{A>B} = g_1^{A,c} * g_0^{B,f} + g_2^{A,c} * \overline{g_2^{B,f}}$$

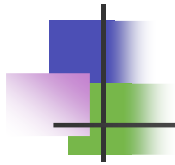
$$c_{A<B} = g_1^{B,c} * g_0^{A,f} + g_2^{B,c} * \overline{g_2^{A,f}}$$

$$e_{A>B} = g_1^{A,f} * g_0^{B,c} + g_2^{A,f} * \overline{g_2^{B,c}}$$

$$e_{A<B} = g_1^{B,f} * g_0^{A,c} + g_2^{B,f} * \overline{g_2^{A,c}}$$

$$p_{A>B} = c_{A>B} * \overline{e_{A<B}} + e_{A>B} * \overline{c_{A<B}}$$

$$p_{A<B} = c_{A<B} * \overline{e_{A>B}} + e_{A<B} * \overline{c_{A>B}}$$



Soluzione

$$t_{A=0} = g_0^{A,c} * g_0^{A,f}$$

$$t_{A=1} = g_1^{A,c} * g_0^{A,f} + g_0^{A,c} * g_1^{A,f}$$

$$t_{A=2} = g_0^{A,c} * g_2^{A,f} + g_1^{A,c} * g_1^{A,f} + g_2^{A,c} * g_0^{A,f}$$

....

$$d_{A>B} = t_{A=1} * t_{B=0} + t_{A=2} * \bar{t}_{B=2}$$

$$d_{A<B} = t_{B=1} * t_{A=0} + t_{B=2} * \bar{t}_{A=2}$$



Soluzione

$$f_{A>B} = g_1^{A,f} * g_0^{B,f} + g_2^{A,f} * \bar{g}_2^{B,f}$$

$$f_{A<B} = g_1^{B,f} * g_0^{A,f} + g_2^{B,f} * \bar{g}_2^{A,f}$$

$$v_{A>B} = p_{A>B} + \bar{p}_{A<B} * d_{A>B} + \bar{p}_{A<B} * \bar{d}_{A>B} * f_{A>B}$$

$$v_{A<B} = \bar{v}_{A>B}$$

Esercizio 11

- Siano $a_2, a_1, b_2, b_1, c_3, c_2, c_1$ i bit che rappresentano due numeri interi positivi e la loro somma
- Ad esempio, se $a_2=1, a_1=0, b_2=1, b_1=1$, allora $c_3=1, c_2=0, c_1=1$

$$\begin{array}{r} a_2 a_1 + \\ b_2 b_1 \\ \hline c_3 c_2 c_1 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 11 + \\ 01 \\ \hline 101 \end{array}$$

- Si scriva l'espressione logica che definisce i c_3, c_2, c_1 come funzione di a_2, a_1, b_2, b_1 . Ad esempio, $c_1 = \overline{a_1} * b_1 + a_1 * \overline{b_1}$
- Non usare la tabella di verità

Soluzione (senza usare la tabella di verità)

- Uno solo dei due primi bit vale 1
- $c_1 = \overline{a_1} * b_1 + a_1 * \overline{b_1}$
- Si considerano separatamente i casi in cui ci sia riporto oppure no
- $c_2 = (a_2 * b_2 + \overline{a_2} * \overline{b_2}) * (\overline{a_1} + b_1) + (a_2 * b_2 + \overline{a_2} * \overline{b_2}) * (a_1 * b_1)$

Non c'è riporto dal primo bit

C'è riporto dal primo bit

- C'è riporto su c_3 se entrambi i secondi bit sono 1 oppure ...

$$c_3 = a_2 * b_2 + (a_2 + b_2) * (a_1 * b_1)$$

I secondi bit sono entrambi a 1

Almeno uno dei secondi bit è a 1

C'è il riporto proveniente dai primi bit



Esercizio 11B

- Si risolva l'esercizio precedente usando la tabella di verita'



Soluzione (usando la tabella di verita')

a_2	a_1	b_2	b_1	c_3	c_2	c_1
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	0	1	1	0	1	1
0	1	0	0	0	0	1
0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0

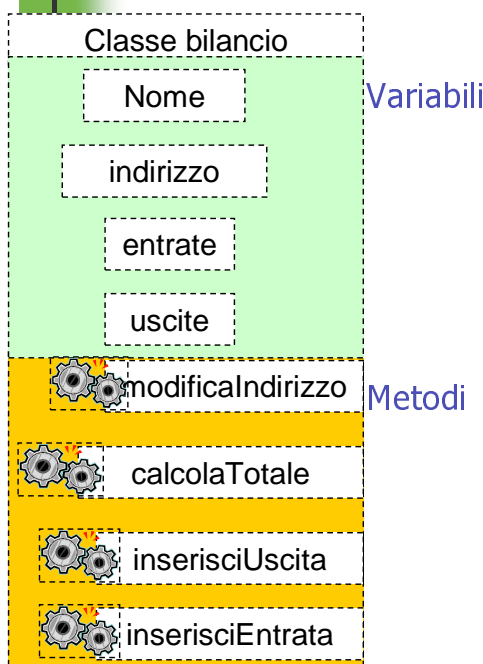
a_2	a_1	b_2	b_1	c_3	c_2	c_1
1	0	0	0	0	1	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	0	1	0	0
1	0	1	1	1	0	1
1	1	0	0	0	1	1
1	1	0	1	1	0	0
1	1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	1	0

- $$c_1 = \overline{a_2} * \overline{a_1} * \overline{b_2} * b_1 + \overline{a_2} * \overline{a_1} * b_2 * b_1 + \overline{a_2} * a_1 * \overline{b_2} * \overline{b_1} + \overline{a_2} * a_1 * b_2 * \overline{b_1} + a_2 * \overline{a_1} * \overline{b_2} * b_1 + a_2 * \overline{a_1} * b_2 * b_1 + a_2 * a_1 * \overline{b_2} * \overline{b_1} + a_2 * a_1 * b_2 * \overline{b_1}$$

Esercizio 12

- Descrivere la classe "bilancio" in modo che soddisfi le seguente specifica.
 - Un bilancio è caratterizzato dal nome dell'azienda, da un indirizzo, dalle entrate e dalle uscite. La classe deve permettere di inserire una nuova entrata o uscita, di calcolare il totale e modificare l'indirizzo.
- La classe deve essere descritta facendo un disegno come visto a lezione. Inoltre indicare per ogni variabile indicare il suo tipo e per ogni metodo il tipo di dato preso in ingresso e quello restituito. I tipi possono essere scelti fra intero (int), reale (float), stringa (String), sequenza (array)

Soluzione



- **nome** è di tipo stringa (String)
- **Indirizzo** è di tipo stringa (String)
- **Entrate e uscite** sono di tipo sequenza (array)
- **modificaIndirizzo** prende in ingresso una stringa e non restituisce niente
- **calcolaTotale** non prende in ingresso niente e restituisce un reale
- **inserisciUscita** e **inserisciEntrata** prendono in ingresso un reale e non restituiscono niente



Esercizio 13

- Dato il seguente numero in base 10 convertirlo in binario e in esadecimale. Si usi una rappresentazione in virgola fissa dedicando 8 bit alla parte intera e 4 alla parte frazionaria
- $(98.125)_{10}$



Soluzione

- Convertiamo prima in binario la parte intera

$$98 : 2 = 49 + 0$$

$$49 : 2 = 24 + 1$$

$$24 : 2 = 12 + 0$$

$$12 : 2 = 6 + 0$$

$$6 : 2 = 3 + 0$$

$$3 : 2 = 1 + 1$$

$$1 : 2 = 0 + 1$$



La parte intera è 01100010



Soluzione

- Convertiamo in binario la parte frazionaria

$$0.125 \times 2 = 0.25$$

$$0.25 \times 2 = 0.5$$

$$0.5 \times 2 = 1$$

$$0 \times 2 = 0$$



La parte frazionaria è 0010

- Per cui la rappresentazione binaria è $(01100010.0010)_2$
- Esadecimale $(62.2)_{16}$



Esercizio 14

- Dati i seguenti numeri rappresentarli con 8 bit in modulo e segno, in complemento a 1 e in complemento a 2
- 93, -93



Soluzione

- Utilizzando lo stesso metodo dell'esercizio 3 troviamo che $(93)_{10} = (01011101)_2$
- Il complemento a 1 di 01011101 è 10100010
- Il complemento a 2 di 01011101 è 10100011

Quindi

	Modulo e segno	Complemento a 1	Complemento a 2
93	01011101	01011101	01011101
-93	11011101	10100010	10100011



Esercizio 15

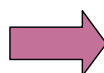
- Dati i seguenti numeri sommarli utilizzando 8 bit e la rappresentazione in complemento a 2
- -93, -124

Soluzione

- Come nell'esercizio 3 si calcola la rappresentazione binaria di 93 e 124

$$\begin{array}{l} 93 : 2 = 46 + 0 \\ 46 : 2 = 23 + 0 \\ 23 : 2 = 11 + 1 \\ 11 : 2 = 5 + 1 \\ 5 : 2 = 2 + 1 \\ 2 : 2 = 1 + 0 \\ 1 : 2 = 0 + 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 124 : 2 = 62 + 0 \\ 62 : 2 = 31 + 0 \\ 31 : 2 = 15 + 1 \\ 15 : 2 = 7 + 1 \\ 7 : 2 = 3 + 1 \\ 3 : 2 = 1 + 1 \\ 1 : 2 = 0 + 1 \end{array}$$



$$(93)_{10} = (01011100)_2$$

$$(124)_{10} = (01111100)_2$$

- Quindi si calcola il complemento a due di 01011100, che è 10100100, e di 01111100, che è 10000100

Soluzione

- Infine si sommano le due rappresentazioni in complemento a 2

$$\begin{array}{r} 10100100 + \\ 10000100 \\ \hline 111101000 \end{array}$$

Il bit di riport viene tolto

- Il risultato è 11101000



Esercizio 16

- Dato il seguente numero, si rappresenti in virgola mobile utilizzando un bit per il segno (S), 3 bit per l'esponente (E) e 4 per la mantissa (M). Si rappresenti l'esponente in eccesso a 3 e si normalizzi la mantissa in modo che il numero rappresentato sia del tipo $(-1)^s 1.M \times 2^{E-3}$
- $(6.625)_{10}$



Soluzione

- Prima si rappresenta il numero come se fosse in virgola fissa
 - $(6.625)_{10} = (110.101)_2$
- Quindi si normalizza il numero traslando la virgola
 - $(110.101)_2 = (1.10101)_2 \times (2^2)_{10}$
- rappresentando l'esponente in eccesso a 3, abbiamo

0	1	0	1	1	0	1	0
S		E			M		

Esercizio 17

- Si sommino i seguenti numeri rappresentati in virgola mobile. Si supponga che si sia utilizzato un bit per il segno (S), 3 bit per l'esponente (E) e 4 per la mantissa (M). L'esponente è rappresentato in eccesso a 3 e la mantissa è normalizzata in modo che il numero rappresentato sia del tipo $(-1)^S 1.M \times 2^{E-3}$

A=	0	0	1	0	1	0	1	0
B=	0	0	1	1	1	0	1	1
	S		E			M		

Soluzione

A=	0	0	1	0	1	0	1	0	$E_A=010, M_A=1.1010$
B=	0	0	1	1	1	0	1	1	$E_B=011, M_B=1.1011$
	S		E			M			

- Si trasla a destra la mantissa di A, verso destra

- $E_A=011, M_A=0.11010$

- Si sommano le mantisse

$$\begin{array}{r} 1.1011+ \\ 0.1101 \\ \hline 10.1000 \end{array} \quad E_c=011, M_c=10.10000$$

- Si trasla a destra e si tronca la mantissa del risultato

0	1	0	0	0	1	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---